

SÉRIE : E
N° D'ORDRE : 240

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITE DE CLERMONT-FERRAND II

(U. E. R. des Sciences Exactes et Naturelles à dominante Recherche)

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

Louis MERITET

Maître-Assistant à l' I.U.T. de Clermont - Ferrand

DIFFUSION ELASTIQUE PROTON-HELIUM-3 ET
PROTON-TRITIUM A 600 MEV

SOUTENUE LE 18 MAI 1977 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

M. M. QUERROU

Président

M. L. BERTOCCHI

M. J. COMBE

M. D. ISABELLE

M^{me} H. LANGEVIN - JOLIOT

M. J. PRORIOU

Examineurs

SÉRIE : E

N° D'ORDRE : 240

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITE DE CLERMONT-FERRAND II

(U. E. R. des Sciences Exactes et Naturelles à dominante Recherche)

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

Louis MERITET

Maître-Assistant à l'I.U.T. de Clermont - Ferrand

DIFFUSION ELASTIQUE PROTON-HELIUM-3 ET
PROTON-TRITIUM A 600 MEV

SOUTENUE LE 18 MAI 1977 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

M. M. QUERROU

Président

M. L. BERTOCCHI

M. J. COMBE

M. D. ISABELLE

Mme. H. LANGEVIN - JOLIOT

M. J. PRORIOU

Examineurs



UNIVERSITE DE CLERMONT II

U. E. R. des Sciences Exactes et Naturelles

PRESIDENT DE L'UNIVERSITE :

DIRECTEUR (Recherche) : Monsieur ROCHE Guy

PROFESSEURS

M. RAMBAUD René	Chimie Organique
M. ROQUES Maurice	Géologie
M. LAPADU-HARGUES Pierre	Minéralogie
M. LUTZ Hubert	Biologie Animale
M. RAOULT Gaston	Optique Physique Atomique et Moléculaire
M. CHAMPAGNAT Paul	Physiologie Végétale
M. DUPLESSIS-KERGOMARD Alain	Chimie Organique
Mme HENNEQUIN Françoise	Mathématiques Pures
Mlle BERTHET Ginette	Physique Electronique
M. LOISEAU Jean	Biologie et Physiologie Végétale
M. COMBE René	Physique du Solide et Cristallographie
M. de PUYTORAC Pierre	Zoologie
Mme AVAN Madeleine	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M. DELOST Paul	Physiologie Animale
M. VIALARD André	Chimie Physique
M. KOHLMULLER Robert	Chimie Minérale
M. GUILLAUME Marcel	Algèbre
M. COMBE Jean	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M. HENNEQUIN Paul	Mathématiques Appliquées
M. VINCENT Pierre	Volcanologie
M. VESSIERE Roger	Chimie Organique
M. BAILLAUD Lucien	Biologie et Physiologie Végétales
M. JOYON Louis	Biologie I. U. T. Clermont
M. PETERLONGO Jean-Marc	Géologie
M. ISABELLE Didier	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M. SOULAGE René	Géophysique
M. LEMAIRE Jacques	Chimie Physique
M. ACCARY André	Métallurgie C. U. S. T.

M. BADRIKIAN Albert	Mathématiques Appliquées
M. MARTINET Pierre	Chimie Organique
M. ACKERMANN Patrick	Electronique Automatique C. U. S. T.
M. COURDURoux Jean-Claude	Biologie et Physiologie Végétales
M. LARPENT Jean-Paul	Microbiologie Appliquée C. U. S. T.
M. THOMAS Jean	Optique Physique Atomique et Moléculaire
M. LEVY Philippe	Physique
M. GRAIN Jean	Zoologie et Biologie Cellulaire

PROFESSEURS SANS CHAIRE

Mlle DUCHER Suzanne	Chimie Organique
M. BATHIER Marcel	Physique du Solide et Cristallographie
M. CAPESTAN Michel	Chimie Minérale
M. FALGAS Maurice	Mathématiques Pures
M. MAISONNEUVE Jacques	Géologie
M. ROCHE Jean	Physique I. U. T. Clermont
M. LENOIR Marcel	Mathématiques Pures
M. PRORIOl Joseph	Physique I. U. T. Montluçon
M. ROCHE Guy	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M. TEMPIER Paul	Géologie
M. DUFAURE Jean-Pierre	Cytophysiology
M. FANGUIN René	Physique I. U. T. Clermont
M. COUSSEINS Jean-Claude	Chimie Minérale
M. NIGOND Jacques	Agronomie I. U. T. Clermont
M. VELLEy Georges	Psychophysiology
M. CHADEYRAS Marcel	Mathématiques Pures
M. MIGNOT Jean-Pierre	Zoologie
M. DURAND Roger	Biochimie C. U. S. T.
M. LE Thanh Phong	Mathématiques Pures

MAITRES DE CONFERENCES

Mme BESSERRE Anne-Marie	Mathématiques Pures
M. JEAN Claude	Physiologie Comparée et Endocrinologie
M. FONDEVILLE Jean-Claude	Biologie et Physiologie Végétales
M. BOILLAT Guy	Mathématiques Pures
M. CADORET Robert	Physique du Solide et Cristallographie

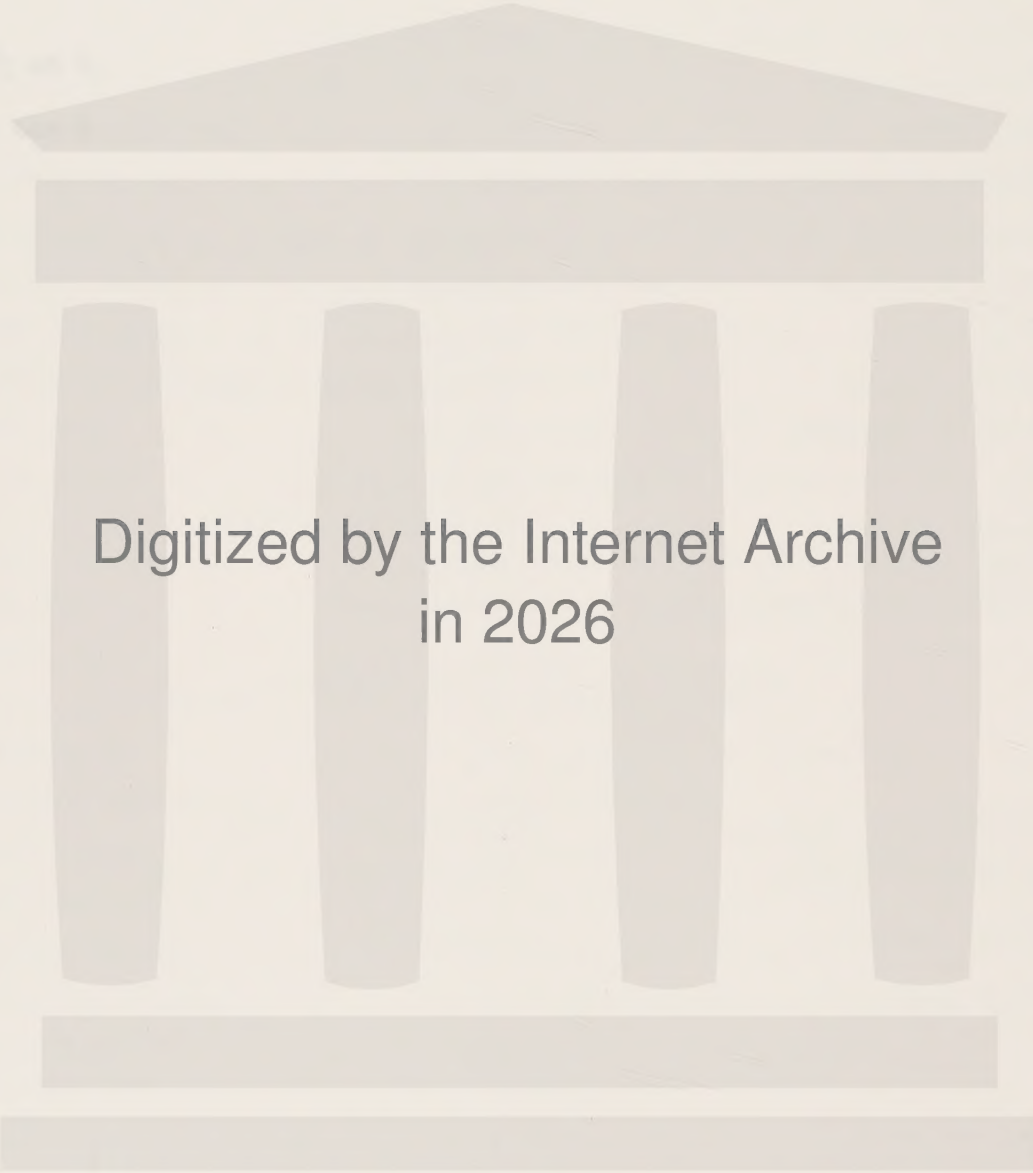
M. BESSERRE Daniel	Spectroscopie C. U. S. T.
M. LHOMME Jean	Chimie des Substances Naturelles C. U. S. T.
M. IMBAUD Jean-Pierre	Physique Electronique
M. MERCIER Michel	Physique I. U. T. Montluçon
M. AUSLENDER Alfred	Mathématiques Appliquées
M. GRAMAIN Jean-Claude	Chimie et Biochimie des Substances Naturelles
M. DUCATEAU Charles	Mathématiques Appliquées I. U. T. Clermont
M. HADDAD Labib	Mathématiques Pures
M. IRIGARAY Jean-Léon	Physique I. U. T. Clermont
M. BREGLIANO Jean-Claude	Génétique
M. FONTAINE Jacques	Génie Electrique C. U. S. T.
M. HUGON Lionel	Physique I. U. T. Montluçon
M. KORNPORBST Jacques	Géologie
M. QUERROU Michel	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M. SCHNEIDER Michel	Informatique C. U. S. T.
M. YOUNES Antoine	Biochimie I. U. T. Clermont
M. RODDIER Pierre	Mathématiques Pures C. U. S. T.
M. CHEVALIER Raymond	Physique
M. MOREL Jean-Pierre	Chimie Physique
M. LEMAIRE Maurice	Génie Civil C.U.S.T.
M. LECHER Pierre	Biologie
M. DUPONT André-Marcel	Electronique

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

M. COFFI-NKETSIA Barben	Mathématiques Pures
M. MAISONNEUVE Georges	Informatique C. U. S. T.
M. BRUNHES Jacques	Zoologie

SECRETAIRE GENERALE DE L'UNIVERSITE

A ma femme,
A mes enfants,



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548622_0006

Je remercie Monsieur le Professeur M. QUERROU, Directeur du Laboratoire de Physique Corpusculaire de l'Université de Clermont II, d'accepter de présider ce Jury. Il est à l'origine de l'équipe "Diffusion Cohérente" à laquelle j'appartiens depuis mes débuts dans la recherche. Je le remercie tout particulièrement d'avoir ouvert des voies expérimentales prometteuses et partagé les difficultés, parfois très dures, qu'il a fallu surmonter pour mener à bien les programmes choisis.

Je remercie Monsieur le Professeur L. BERTOCCHI, Professeur à l'Université de Trieste, de l'intérêt qu'il a porté à mon travail et de l'honneur qu'il me fait en venant siéger à ce Jury.

Je remercie Madame H. LANGEVIN-JOLIOT, Directeur de Recherche à l'Institut de Physique Nucléaire d'Orsay, de l'honneur qu'elle me fait en s'intéressant à mon travail et en acceptant de venir participer à ce jury.

Monsieur le Professeur J. COMBE a été notre premier lien avec le CERN. Il m'a aidé à prendre goût à la recherche scientifique : qu'il en soit remercié.

Je remercie Monsieur le Professeur D. ISABELLE pour son aide efficace et ses corrections lors de la rédaction de ce mémoire.

Monsieur le Professeur J. PRORIOU a conçu le formalisme théorique qui m'a permis de mener à bout l'interprétation de nos résultats expérimentaux. Je lui suis profondément reconnaissant de sa très importante contribution.

Je remercie très sincèrement tous ceux qui ont vécu les péripéties de nos expériences au CERN. Je remercie tout spécialement Messieurs J. FAÏN et J. GARDES qui ont toujours fait preuve d'une efficacité exceptionnelle et d'un dévouement sans limite.

Je remercie Monsieur M. BROSSARD d'avoir réalisé la plus grande partie de l'électronique associée à nos détecteurs et participé à la mise au point de nos expériences.

Je remercie Messieurs B. CHAMBON, D. DRAIN, N. MADJAR et C. PASTOR, de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon, de leur aide considérable.

Je remercie Monsieur P. SIFFERT, Maître de Recherche au Centre de Recherches Nucléaires de Cronenbourg pour m'avoir initié à la technique des détecteurs à semiconducteur et pour nous avoir apporté un soutien matériel considérable en fournissant les compteurs nécessaires à nos expériences.

Je remercie pour leur participation aux prises de données et leur excellent esprit d'équipe, Messieurs B. ILLE, A. LEFORT, F. LEMEILLEUR, J.F. PAUTY, G. PEYNET et F. VAZEILLE.

Je remercie Madame D. RISS qui a participé aux premiers tests de notre dispositif expérimental et qui a étudié le formalisme utilisé dans ce mémoire.

Je remercie Madame B. JARGEAIX dont le travail sur les amplitudes nucléon-nucléon et sur la diffusion proton-deutérium m'a beaucoup servi.

Je remercie Monsieur le Docteur E.G. MICHAELIS, Chef de la Division du Synchrocyclotron du CERN, et tous les techniciens du S.C. des efforts qu'ils ont accompli pour favoriser le bon déroulement de nos expériences.

Je remercie tous les services techniques du CERN qui ont contribué à résoudre des problèmes difficiles tels que la réalisation, la vérification et l'installation de la cible de tritium.

Ce travail a été rendu possible grâce au soutien de toute une équipe : je remercie Mademoiselle C. DORE, Messieurs J. BERTHOT, P. CHAUVAT, P. COTTE, G. DOUHET, J. GARDES, S. MAURY, M. QUERROU, et F. VAZEILLE.

Je remercie Mademoiselle M. FOURNIER pour la compétence et la gentillesse avec lesquelles elle a assuré les tâches du secrétariat.

Je remercie Madame C. CADIER pour son dévouement et le soin qu'elle a apporté à la dactylographie de ce texte.

Je remercie Monsieur S. MAYADE pour la réalisation très soignée des figures de ce mémoire.

Que tous ceux qui m'ont aidé et que je peux avoir omis veuillent bien me pardonner ! J'aurai, en d'autres occasions, la possibilité de réparer cet oubli.

TABLE DES MATIERES

	<u>Page</u>
INTRODUCTION	1
<u>PREMIERE PARTIE : DISPOSITIF ET RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX</u>	
. INTRODUCTION	5
. <u>CHAPITRE I.1 : MÉTHODE ET DISPOSITIF</u>	
A) METHODE DE DETECTION DU NOYAU DE RECU	7
B) IMPLANTATION EXPERIMENTALE	9
C) CIBLES	12
D) TELESCOPE $\Delta E-E$	14
E) CHAINE ELECTRONIQUE	18
. <u>CHAPITRE I.2 : MESURES ET RÉSULTATS</u>	
A) IDENTIFICATIONS OBTENUES	20
B) CALCUL DES SECTIONS EFFICACES DIFFERENTIELLES	20
C) MONITEUR	25
D) CORRECTIONS ET INCERTITUDES	26
E) RESULTATS	28
F) CONCLUSION	29

DEUXIEME PARTIE : ESSAI D'INTERPRÉTATION THÉORIQUE

. CHAPITRE II.1 : DIFFUSION ÉLASTIQUE : APPROXIMATION DES HAUTES ÉNERGIES. FORMALISME DE DIFFUSION MULTIPLE DE GLAUBER

A) INTRODUCTION	40
B) DIFFUSION D'UNE PARTICULE SUR UN POTENTIEL $U(r)$	41
C) DIFFUSION D'UNE PARTICULE SUR UNE PARTICULE LIÉE	46
D) DIFFUSION POUR UN SYSTÈME COMPOSÉ DE PLUSIEURS PARTICULES	47
E) APPLICATION À UN NOYAU À TROIS NUCLEONS	48

. CHAPITRE II.2 : TRAITEMENT SIMPLIFIÉ DE LA DIFFUSION MULTIPLE P-NOYAU. APPLICATION À $p\text{-}^3\text{H}$, $p\text{-}^3\text{He}$ ET $p\text{-}^4\text{He}$

A) INTRODUCTION	51
B) EXPRESSION DES TERMES DE DIFFUSION MULTIPLE	51
C) CHOIX DES COEFFICIENTS $\beta_{p(n)}$, $\rho_{p(n)}$, $\sigma_{p(n)}$	54
D) APPLICATION À $p\text{-}^3\text{H}$, $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^4\text{He}$	59
E) DISCUSSION COMPLÉMENTAIRE	62

. CHAPITRE II.3 : ÉTUDE PLUS APPROFONDIE. EXPRESSION DES TERMES DE DIFFUSION MULTIPLE POUR ^3H ET ^3He

A) COORDONNEES UTILISEES	66
B) ECRITURE DE LA FONCTION D'ONDE DU NOYAU CIBLE	66
C) AMPLITUDE DE DIFFUSION NUCLEON-NUCLEON	67
D) EXPRESSION DE F1	67
E) EXPRESSION DE F2	67
F) EXPRESSION DE F3	69
G) ORGANIGRAMME DE CALCUL	70

. CHAPITRE II.4 : FONCTION D'ONDE DE ^3He ET ^3H

A) INTRODUCTION	71
B) ETATS QUANTIQUES	72
C) SYMETRIES DU PROBLEME DE TROIS CORPS	73
D) DECOMPOSITION DE LA FONCTION D'ONDE DE ^3He	73
E) ECRITURE GENERALISEE DE LA FONCTION D'ONDE	84

. CHAPITRE II.5 : INTÉGRATION SUR LES FONCTIONS D'ESPACE

A) INTRODUCTION	86
B) INTEGRATION POUR LA DIFFUSION SIMPLE	87
C) INTEGRATION POUR LA DIFFUSION DOUBLE	87
D) INTEGRATION POUR LA DIFFUSION TRIPLE	88
E) EXPRESSIONS DES PRODUITS G_{λ}^* , G_{λ}	89
F) BILAN DES DIFFERENTS TYPES D'INTEGRALES INTERVENANT DANS LE CALCUL	90

. CHAPITRE II.6 : AMPLITUDE DE DIFFUSION ELASTIQUE NUCLÉON-NUCLÉON

A) INTRODUCTION	93
B) COEFFICIENTS DE WOLFENSTEIN	93
C) DEPHASAGES A 600 MeV	96
D) CALCULS NUMERIQUES	96
E) CHOIX DE LA FORME DE L'AMPLITUDE	104

. CHAPITRE II.7 : CALCUL DES TERMES

$$\langle \chi' \epsilon_{\lambda'} | \prod_j f_j(\vec{q}_j) | \epsilon_{\lambda} \chi \rangle$$

A) INTRODUCTION	105
B) FONCTION DE SPIN DU PROTON	105
C) ACTION DES OPERATEURS DE SPIN SUR LA FONCTION DE SPIN DU PROTON INCIDENT	106
D) ACTION DES OPERATEURS DE SPIN SUR LES FONCTIONS DE SPIN DU NOYAU CIBLE	107
E) ACTION DES OPERATEURS DE CHARGE SUR LES FONCTIONS D'ISOSPIN DU NOYAU	108
F) CALCUL DU TERME DE DIFFUSION SIMPLE $\langle \chi' \epsilon_{\lambda'} \delta_3 \epsilon_{\lambda} \chi \rangle$	108
G) CALCUL DU TERME DE DIFFUSION DOUBLE $\langle \chi' \epsilon_{\lambda'} \delta_1 \delta_2 \epsilon_{\lambda} \chi \rangle$	109
H) CALCUL DU TERME DE DIFFUSION TRIPLE $\langle \chi' \epsilon_{\lambda'} \delta_1 \delta_2 \delta_3 \epsilon_{\lambda} \chi \rangle$	110

. CHAPITRE II.8 : RÉSULTATS ET DISCUSSION

A) INTRODUCTION	111
B) CARACTERISTIQUES DU CALCUL	112
C) DIFFUSION ELASTIQUE $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^3\text{H}$ A 600 MeV AVEC LES FONCTIONS RADIALES DE SAMARANAYAKE ET WILK	114
D) DISCUSSION SUR LES AMPLITUDES NUCLEON-NUCLEON	117
E) DISCUSSION SUR LE FORMALISME	121

F) POSSIBILITE DE FONCTIONS D'ONDE DIFFERENTES POUR ^3H et ^3He	123
G) SYNTHESE	125
CONCLUSION	126

APPENDICES :

<u>APPENDICE A</u> : Expressions simplifiées de F_1 , F_2 et F_3 pour ^3He et ^3H	A1
<u>APPENDICE B</u> : Résultats du groupe S_3 utilisés	B1
<u>APPENDICE C</u> : Construction des fonctions de moment orbital	C1
<u>APPENDICE D</u> : Utilisation des fonctions d'onde de Samaranayake et Wilk	D1
<u>APPENDICE E</u> : Forme généralisée des fonctions d'espace G_λ	E1
<u>APPENDICE F</u> : Calcul de $I = \int e^{i\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2} d^{(2)}\vec{V}_1$	F1
<u>APPENDICE G</u> : Calcul des intégrales sur les variables d'espace	G1
<u>APPENDICE H</u> : Calcul des intégrales sur les variables angulaires	H1
<u>APPENDICE I</u> : Expressions des intégrales d'espace pour la diffusion simple et la diffusion double et faisant intervenir l'état D	I1

BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION

La proposition d'expérience présentée au CERN (Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire) par notre équipe en 1969, sur l'étude comparée des sections efficaces différentielles de diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^3\text{H}$ à 600 MeV (¹) est le point de départ de ce travail.

L'étude des noyaux légers grâce à la diffusion élastique des hadrons s'est particulièrement enrichie depuis l'expérience de Palevsky et al. (²), $p\text{-}^4\text{He}$ à 1 GeV, où la mesure de l'angle sur l'avant du proton diffusé avait permis de mettre en évidence pour la première fois un minimum d'interférence très prononcé dans la section efficace différentielle.

Avant cette proposition, notre groupe avait déjà réalisé une expérience de diffusion $\pi^- \text{-}^4\text{He}$ à 1,2 GeV (³) montrant également la présence d'un minimum, en détectant le noyau de recul, à la place de la particule rapide, dans des émulsions ionographiques disposées en cône autour d'une cible gazeuse d'hélium. Cette méthode dite du "recul" présente de nombreux avantages de simplicité et de précision, et nous avons décidé de la développer en remplaçant les émulsions photographiques par des détecteurs à semiconducteurs, qui permettent de sélectionner très efficacement les événements élastiques (identification par télescope $\Delta E\text{-}E$) et de mesurer avec une excellente résolution les quadrimoments de transfert, même auprès d'un faisceau de haute intensité (10^{11} protons par seconde).

L'étude comparée de la diffusion de hadrons sur les noyaux miroirs ^3He et ^3H présente un grand intérêt. En effet, les fonctions d'onde sont encore mal connues et de plus, le noyau n'est pas forcément décrit de la même manière en diffusion d'électrons et en diffusion de hadrons. Collard et al. (⁴) avaient déjà réalisé la diffusion élastique d'électrons sur ces

mêmes noyaux. Ils en avaient déduit des distributions spatiales concernant le proton célibataire dans le tritium et les protons appariés dans l'hélium-3, décrites par des facteurs de forme différents. Des résultats ultérieurs publiés par McCarthy et al. (⁵) sur le facteur de forme de charge de ³He montrent qu'un minimum très marqué apparaît pour un carré de quadrimoment de transfert de 11.6 fm^{-2} . Ce minimum implique que la fonction d'onde de ³He ne peut pas être simplement gaussienne et que la distribution de charge présente une dépression centrale. Il n'existe toujours pas de résultat équivalent pour le tritium en raison, notamment, des difficultés techniques dues à la radioactivité de la cible (270 Curies dans notre expérience).

Pour préciser les différences de comportement entre ³H et ³He en diffusion élastique de protons, il faut choisir une énergie pour laquelle un formalisme est bien adapté et où les amplitudes nucléon-nucléon sont bien connues. Nous disposons, depuis 1968, de l'analyse en déphasages de McGrégor et al. pour p-p (⁶) et p-n (⁷) de 350 MeV à 750 MeV ; une série supplémentaire de déphasages à 605 MeV a été proposée, en 1970, par Bilen'Kaya et al. (⁸). D'autre part, le formalisme de diffusion multiple de Glauber (⁹) permet de traiter convenablement la diffusion élastique à haute énergie et nous l'utilisons pour l'interprétation théorique de nos résultats.

La théorie de Glauber sur les collisions à haute énergie date déjà de 1958. Sa première application théorique fut celle de l'étude de la diffusion d'antiprotons sur le deutérium par Franco (¹⁰). Mais il fallut attendre 1966 pour que les mesures de section efficace différentielle de diffusion élastique p-d à 2 GeV par Coleman et al. (¹¹) permettent un premier test de l'effet de la diffusion double, et Franco et Coleman (¹²) proposèrent alors aux expérimentateurs de réaliser de nouvelles mesures pour savoir si l'effet de diffusion multiple persistait à plus haute énergie. Alors que le deutérium se prête mal à une étude simplifiée car il s'agit d'un noyau très déformé dont l'état D masque l'effet de diffusion double, les résultats expérimentaux de Palevsky et al. ont permis d'illustrer pleinement la portée de ce formalisme. Czyz et Lesniak (¹³) ainsi que Bassel et Wilkin (¹⁴) ont montré qu'il était possible ainsi d'étudier la structure des particules α par la diffusion élastique de protons à haute énergie. En 1968, Franco et Glauber (¹⁵) introduisent l'état D dans la fonction d'onde du deutérium et montrent son effet sur la diffusion

élastique, ce qui prouve définitivement la sensibilité du formalisme à la description du noyau. De nombreux auteurs ont, depuis, étudié les limites des approximations faites par Glauber, comparé cette méthode à d'autres modèles ou introduit des corrections : ces différentes critiques sont abordées dans ce mémoire.

Notre exposé comprend deux parties principales :

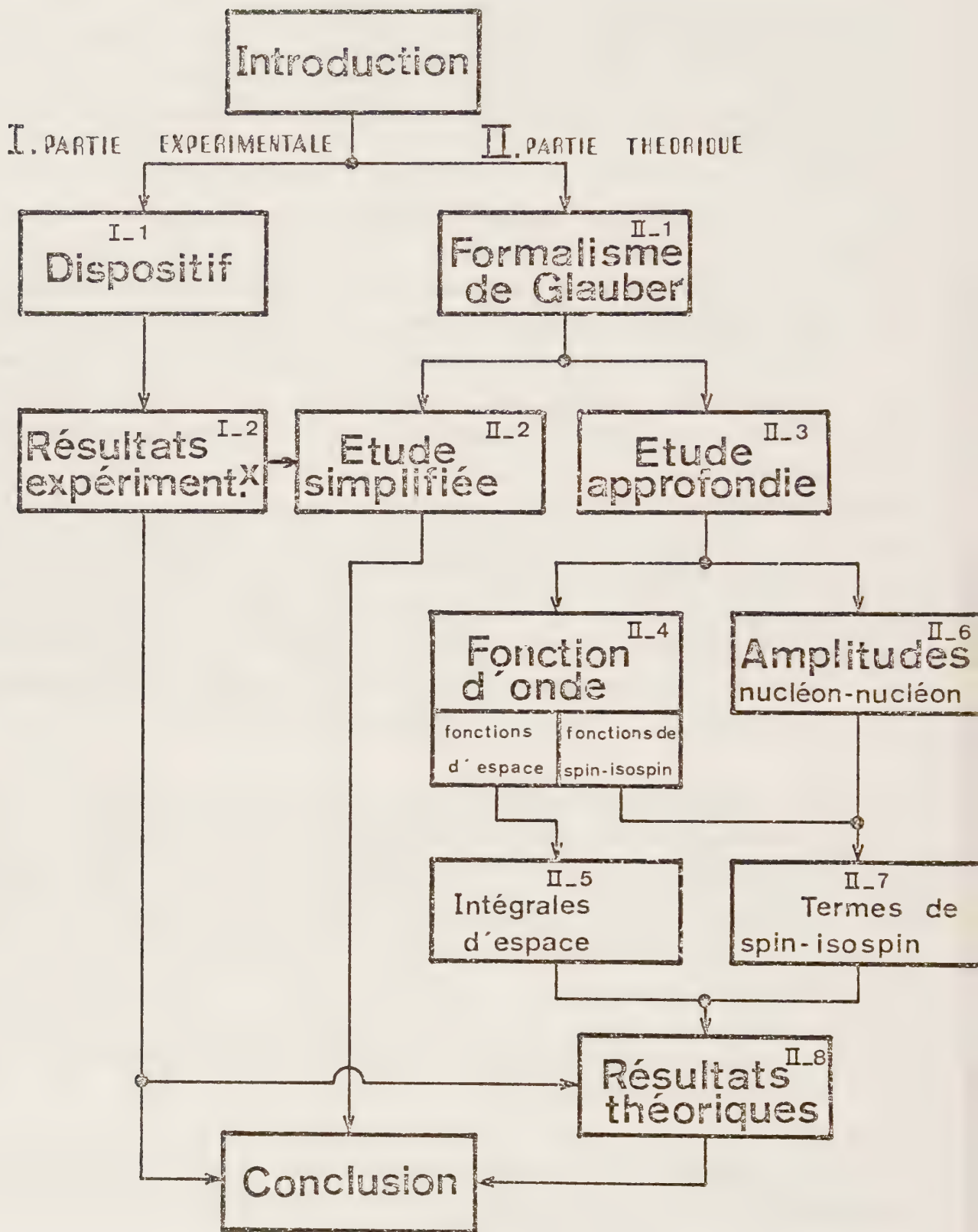
- la partie expérimentale décrit la méthode et le dispositif utilisés puis présente les résultats obtenus, non seulement sur la diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^3\text{H}$ à 600 MeV mais, en complément, sur la diffusion élastique $p\text{-}^4\text{He}$ qui nous a servi pour nos réglages et sur la diffusion élastique $p\text{-}d$, à petit quadrimoment de transfert, qui a fait l'objet d'une étude théorique séparée (¹⁶).

- la partie théorique propose un essai d'interprétation. Après avoir rappelé quelques bases du formalisme de diffusion multiple, à haute énergie, nous décrivons d'abord une approche très simplifiée. Puis nous présentons une analyse détaillée qui nécessite l'élaboration d'une bonne fonction d'onde du noyau, et la connaissance complète des amplitudes nucléon-nucléon. Enfin, nous examinons les résultats numériques.

En conclusion, après avoir rappelé les aspects originaux de nos expériences, ainsi que leurs résultats, nous indiquons le choix qui nous paraît le meilleur parmi les séries de déphasages disponibles à 600 MeV, puis nous proposons de nouveaux coefficients pour la fonction d'onde de ^3He , applicables à la diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$, qui attribuent à ^3He un cœur répulsif plus dur qu'à ^3H .

Des appendices contenant des détails mathématiques permettent d'alléger le texte principal.

Pour aider le lecteur à avoir une vue d'ensemble rapide de l'exposé, nous présentons le plan sous la forme d'un organigramme montrant la succession des chapitres et leur interdépendance.



PREMIERE PARTIE

Dispositif et résultats expérimentaux

INTRODUCTION

Pour étudier la diffusion élastique de protons de 600 MeV sur l'hélium-3 et le tritium, nous utilisons la méthode de détection dite "du recul", c'est à dire que nous mesurons l'énergie cinétique et l'angle d'émission de la particule cible après la collision.

Nous avons employé successivement des cibles gazeuses d'hélium-4, d'hélium-3, de tritium et de deutérium. L'hélium-4 nous a servi pour nos réglages et le deutérium a fait l'objet d'une étude théorique séparée (¹⁶). Le tritium a exigé un conteneur spécial en raison de sa haute activité (270 Curies).

Nous identifions les particules mesurées à l'aide d'un télescope " $\Delta E-E$ " de deux détecteurs à semi-conducteur. Il a fallu, en particulier, utiliser un détecteur ΔE de 10 μm d'épaisseur pour mesurer les faibles quadrimoments de transfert ($|t| < 0.015 (GeV/c)^2$) sur le deutérium et un détecteur E au germanium, refroidi à la température de l'azote liquide, pour mesurer les grands quadrimoments de transfert ($0,2(GeV/c)^2 < |t| < 0.45(GeV/c)^2$) sur le tritium.

Nous obtenons une mesure précise de l'angle de diffusion par la position du télescope dont l'ouverture angulaire est d'environ 1° . Nous verrons que les considérations géométriques qui nous permettent de calculer la section efficace sont très simples en diffusion élastique.

L'étalonnage du moniteur de faisceau s'effectue par une méthode d'activation d'une cible en aluminium.

Nous obtenons ainsi les sections efficaces différentielles de diffusion élastique, à 600 MeV, $p\text{-}^2\text{H}$, $p\text{-}^3\text{H}$, $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^4\text{He}$ dans les gammes de quadriment de transfert indiquées par le tableau ci-dessous

Cible	^2H	^3H	^3He	^4He
quadriment de transfert minimal (GeV/c) ²	0.0045	0.0786	0.0921	0.116
quadriment de transfert maximal (GeV/c) ²	0.0881	0.449	0.694	0.506

Nous présentons dans le Chapitre I-1 la méthode de détection utilisée, l'implantation générale du dispositif expérimental, la description des cibles, l'étude du télescope $\Delta E\text{-}E$ et le schéma synoptique de la chaîne électronique.

Le Chapitre II-2 est consacré aux mesures et résultats. Des exemples de spectres d'identification illustrent la qualité de la méthode. Nous effectuons ensuite le calcul des sections efficaces différentielles. Après avoir décrit les corrections et incertitudes, nous donnons les résultats obtenus sur les sections efficaces différentielles et nous les comparons à ceux de Boschitz et al. (²⁷,²⁸). Enfin, nous faisons un bilan très bref des développements expérimentaux qui ont prolongé notre sujet.

CHAPITRE I - 1.

MÉTHODE ET DISPOSITIF

A) MÉTHODE DE DÉTECTION DU NOYAU DE RECOL

Dans les expériences à haute énergie, les appareillages atteignent souvent des dimensions impressionnantes, et c'est particulièrement le cas lorsque la quantité de mouvement de la particule diffusée doit être mesurée avec précision. La méthode qui consiste à observer le "recol", c'est à dire la particule cible après la collision présente, dans certains cas, de nombreux avantages maintenant bien connus (¹⁷, ¹⁸, ¹⁹). En particulier, dans les processus de diffusion cohérente, quelle que soit l'énergie de la particule incidente, de quelques centaines de MeV à quelques centaines de GeV, le domaine utile des énergies cinétiques de recul reste pratiquement le même, ce qui rend un type de dispositif expérimental donné utilisable à toute énergie (en principe, car des considérations d'angle solide de détection vont entrer en jeu en fonction des intensités des faisceaux et des sections efficaces). Par ailleurs, les énergies cinétiques de recul se situent entre 500 keV et une centaine de MeV, domaine accessible à des détecteurs de petite dimension. Mais l'intérêt principal de la méthode porte sur des qualités de mesure dont voici présentés quelques points :

1. Au cours d'une diffusion élastique, le noyau cible, initialement au repos, de masse M, acquiert une énergie cinétique T. Le carré du quadri-moment de transfert, t, est obtenu par la relation très simple

$$t = -2 MT$$

qui montre que l'erreur sur t est déterminée uniquement par l'erreur sur T qui dépend de la nature du détecteur, indépendamment de l'énergie du faisceau (notons ici l'avantage des détecteurs à semi-conducteurs dont la résolution en énergie est excellente).

Par contre, une particule incidente, de quantité de mouvement k , est diffusée sur l'avant avec un angle θ ; aux petits angles, t est obtenu de manière approchée par

$$-t \approx (k\theta)^2$$

En excluant toute erreur sur k , l'erreur sur t s'exprime essentiellement par

$$|\Delta t| \approx 2k \sqrt{|t|} \cdot \Delta\theta$$

Dans ce cas, l'erreur sur t va donc dépendre, non seulement de la résolution angulaire du détecteur, mais aussi de l'énergie du faisceau.

2. Il est facile de s'écarter suffisamment du faisceau pour s'affranchir du bruit de fond apporté par le halo, ceci étant primordial avec des faisceaux à forte intensité (par exemple, nous avons pu réaliser nos mesures, à 600 MeV, sans problème de bruit de fond, avec un faisceau de 10^{11} protons par seconde).

3. Un évènement élastique est bien défini par l'identification du "recul" et la mesure de son énergie cinétique. L'identification permet de s'affranchir des états excités qui se désintègrent pour donner des produits différents du noyau initial.

4. Les fluctuations de l'énergie du faisceau se répercutent sur l'énergie cinétique du recul, pour un angle de diffusion fixé, mais l'importance de cet effet diminue au fur et à mesure que l'énergie du faisceau augmente. La résolution en énergie du faisceau perturbe donc moins une mesure sur le noyau de recul que sur la particule diffusée, ceci étant vrai à partir de 600 MeV environ.

5. Lorsque l'énergie du faisceau augmente, il n'y a pas, sur la plage angulaire utile de détection de recul, le resserrement observé sur la plage angulaire utile de détection de la particule rapide sur l'avant.

B) IMPLANTATION EXPÉRIMENTALE

1. Faisceau

Le faisceau utilisé est celui constitué au Synchrocyclotron de 600 MeV (± 3 MeV) du CERN pour le séparateur d'isotopes ISOLDE (figure 1). L'intensité maximale d'environ 2.5×10^{11} protons par seconde a pu être utilisée avec un cycle utile de 10 à 30 %. Le profil du faisceau, obtenu par étude de l'émission β d'une plaque d'aluminium exposée au point de focalisation montre une surface à mi-hauteur de $2 \times 2 \text{ cm}^2$ (figure 2).

2. Moniteur

La mesure relative de l'intensité du courant incident consiste à placer sur le faisceau une "cible de comparaison", dont nous mesurons le nombre de secondaires émis à un angle voisin de 90° à l'aide d'un télescope de deux scintillateurs montés en coïncidence (cf. figure 3). La description de la cible de comparaison et du procédé d'étalonnage absolu du moniteur sera faite dans le chapitre "Mesures et résultats".

3. Implantation générale

La figure 3, où est portée l'échelle, situe l'implantation générale du dispositif expérimental.

Une boîte en acier, d'un volume de 10 litres environ, contient le gaz cible (le tritium a exigé un conteneur spécial décrit plus loin).

Un bras mobile horizontalement grâce à une rotule sphérique étanche (2°) permet de positionner le télescope $\Delta E-E$ à un angle compris entre 90° et 57° par rapport au faisceau, par pas de 0.5° , avec une précision de 0.1° (par rapport à une origine bien déterminée).

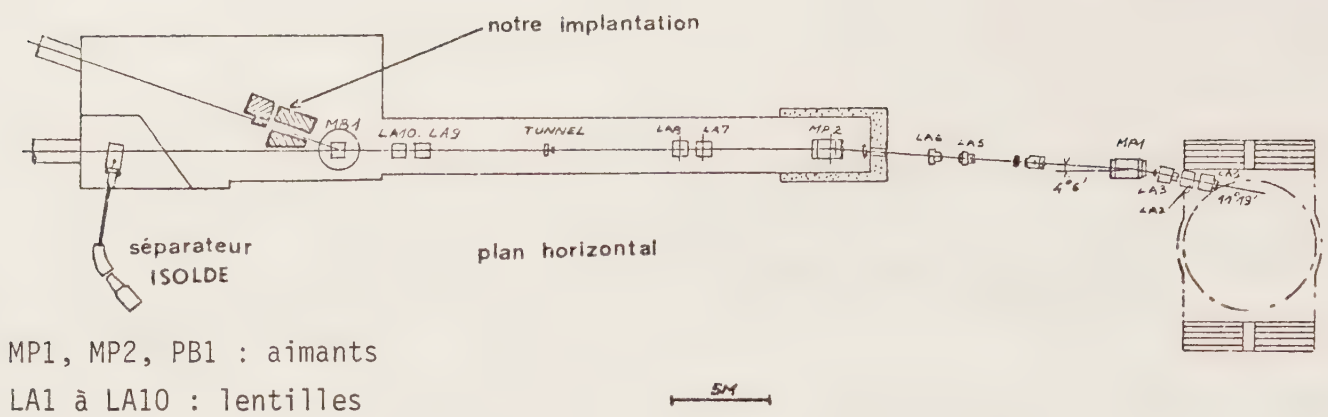
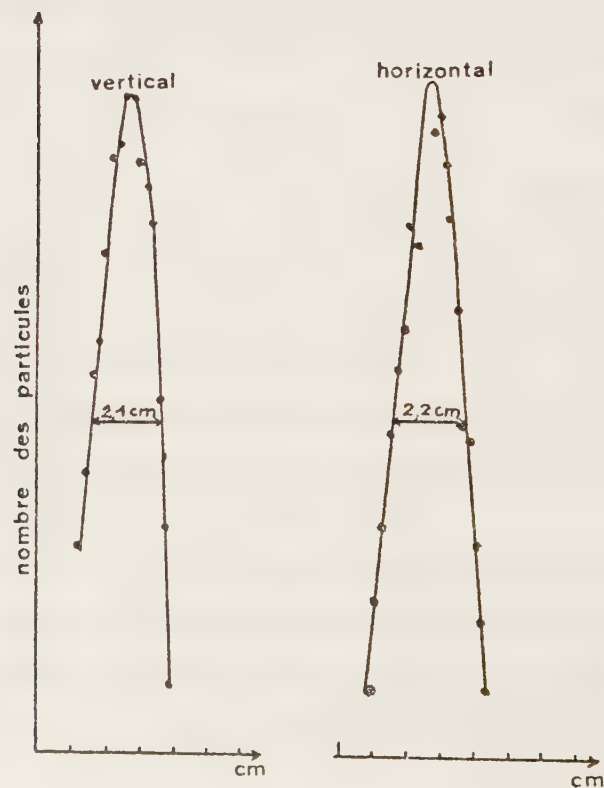


Figure 1. - Ejection du Synchrocyclotron de 600 MeV - Site expérimental

Figure 2. - Profil du faisceau de protons de 600 MeV.



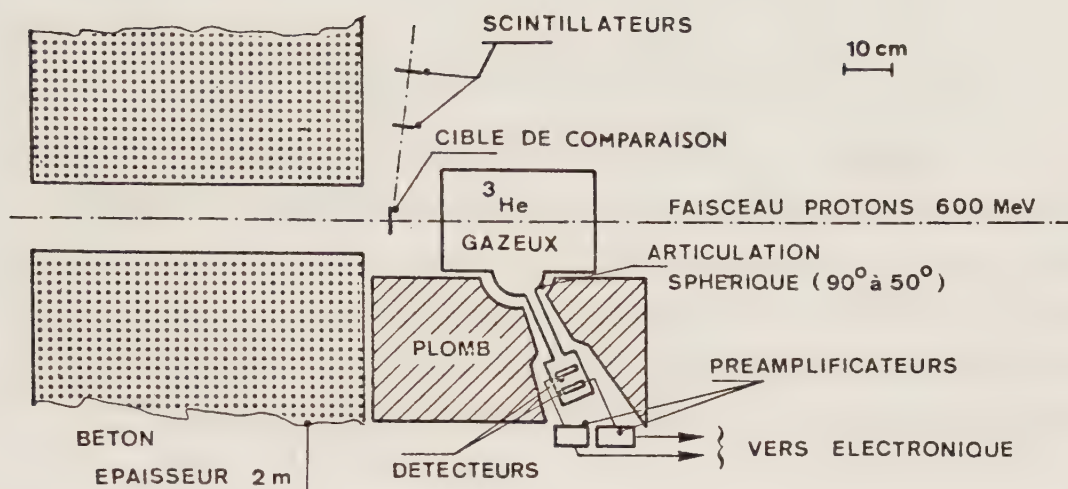


Figure 3. - Implantation générale du dispositif expérimental

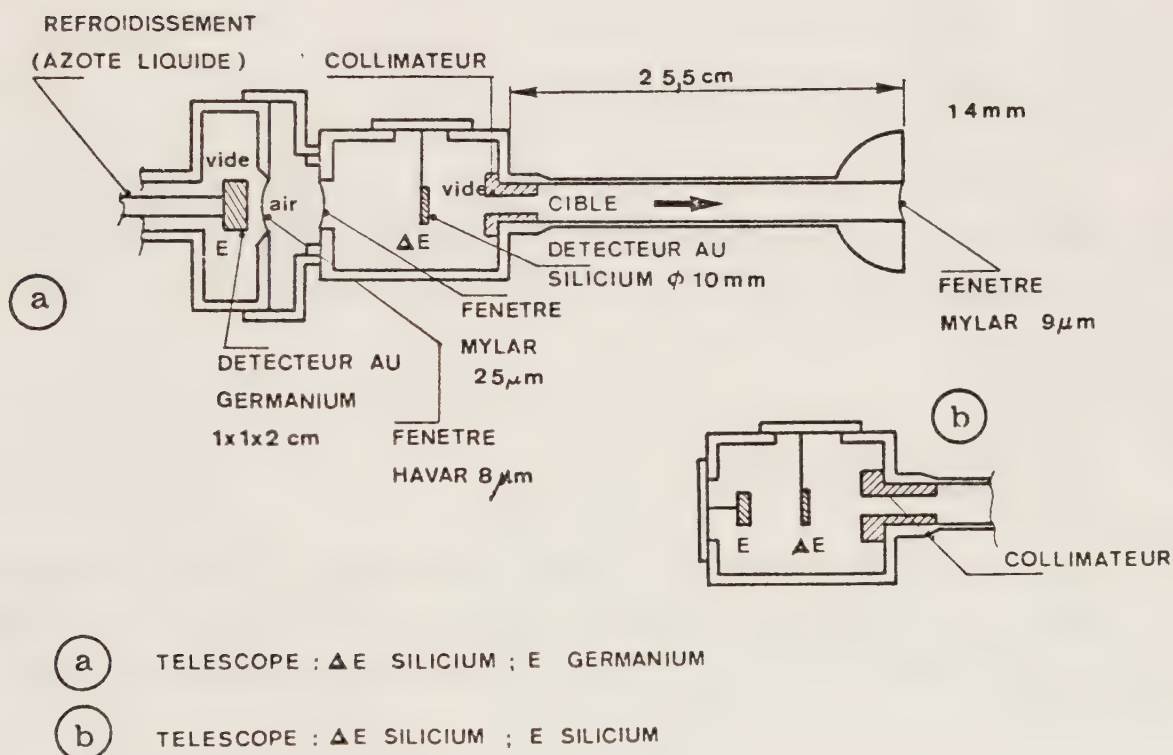


Figure 4. - Détails du télescope ΔE -E

Un diaphragme circulaire, en cuivre, placé devant les détecteurs limite l'ouverture angulaire de détection à environ 1° .

Les détails mécaniques du télescope sont portés sur la figure 4.

Un blindage fixe, en béton, de 2 mètres d'épaisseur, protège les détecteurs du halo du faisceau et un blindage en plomb, adaptable selon l'angle autour du bras de détection, protège contre le bruit de fond pouvant provenir des parois et des fenêtres de la boîte à cible. L'efficacité de ce blindage est totale, car en présence de cible et avec un faisceau à pleine intensité, il ne subsiste aucun événement parasite (coïncidence $\Delta E-E$) lorsque nous plaçons un "bouchon" dans le bras de détection.

C) CIBLES

1. Cible d'hélium-3 et d'hélium-4

Pour les expériences avec l'hélium-3 et l'hélium-4, la boîte à cible est remplie du gaz correspondant à la pression atmosphérique. Une fenêtre de $9\text{ }\mu\text{m}$ de mylar isole la cible du bras de détection dans lequel le vide est fait.

2. Cible de deutérium

Dans le cas du deutérium, la pression utilisée est de 10 cm de Hg aussi bien dans la boîte que dans le bras de détection, la fenêtre de mylar étant supprimée (l'absorption et la diffusion coulombienne multiple sont ainsi minimisées).

3. Cible de tritium

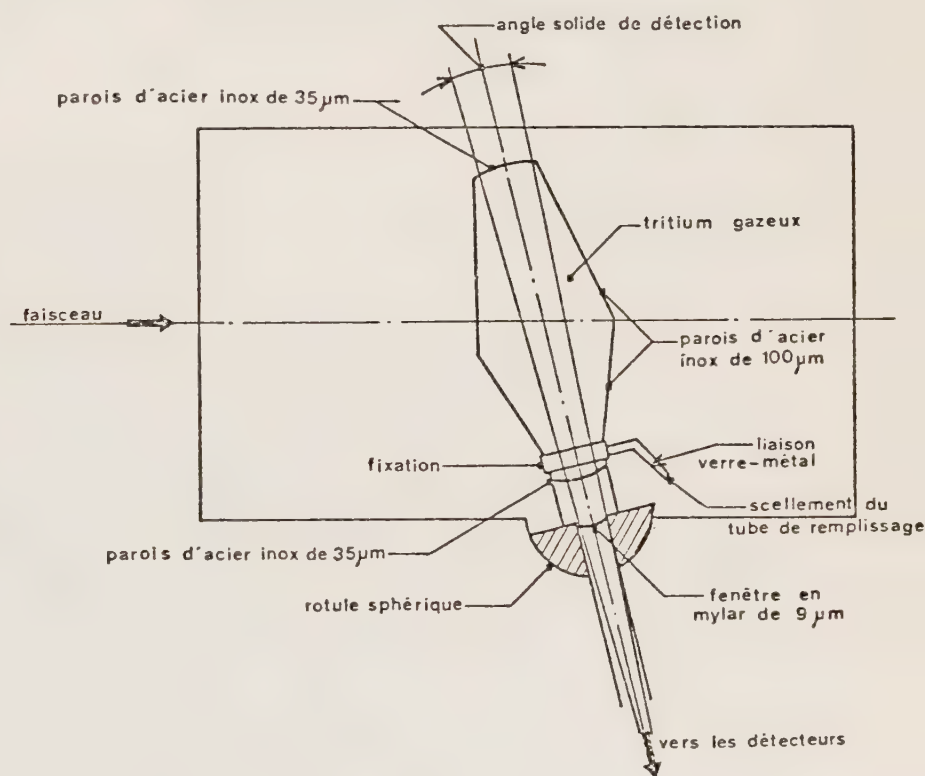
Du fait du risque biologique présenté par le tritium, la cible correspondante a dû être très soigneusement étudiée. L'emploi de cibles tritiées solides (hydrure de titane par exemple), conduit à de grosses difficultés d'élimination du bruit de fond provenant du support.

Nous avons choisi de réaliser une cible gazeuse obéissant à plusieurs contraintes :

- a) les parois ne doivent pas perturber les mesures ;
- b) le volume ne doit pas être trop grand pour limiter la radioactivité ;
- c) l'étanchéité doit être excellente pour des questions de sécurité.

La figure 5 montre schématiquement l'implantation de la cible dans la boîte principale.

*Figure 5. - Schéma
d'implantation de
la cible de tritium*



La cible, réalisée dans les ateliers du CERN, est en acier inoxydable avec des parois latérales de 100 µm d'épaisseur et des fenêtres, aux extrémités, de 35 µm d'épaisseur. Son volume est de 119 ml. Une bride permet de la

fixer sur la rotule du bras de détection. Le faisceau passe à travers la zone la plus large dont les parois sont invisibles aux détecteurs. Les essais d'é-tanchéité et de perméation (la cible est alors remplie sous une pression de 1 atm d'hydrogène ou d'hélium et placée dans le vide) ont montré un coefficient de fuite inférieur à 10^{-10} Torr x litre/seconde pour l'hydrogène et de 10^{-11} Torr x litre/seconde pour l'hélium. Le remplissage a été effectué au C.E.A. de Saclay au moyen d'un tube de pyrex scellé après l'opération. La pression de tritium obtenue est de 733 mm de Hg à 26°C pour une radioactivité de 271 Curies. Avec une telle cible, une ventilation suffisante doit pouvoir être assurée dans le site expérimental en cas de rupture : les risques de contamination peuvent alors être réduits très en-dessous des valeurs admissibles. Le transport a été effectué dans un conteneur répondant aux normes de sécurité les plus sévères et dont l'ouverture se fait en deux étapes : un premier couvercle permet de dégager des vannes qui servent à déceler une fuite éventuelle ou à détruire la cible par compression en cas de nécessité ; un deuxième couvercle libère la cible. Nous joignons à ce texte des photo s de la cible et de son conteneur de transport.

D) TÉLESCOPE $\Delta E-E$

1. Principe

Le parcours d'arrêt R, dans un milieu absorbant, d'une particule chargée d'énergie E peut s'exprimer, sur un domaine d'énergie limité, par la relation simple :

$$R = aE^{\beta}$$

a est une constante qui, pour un matériau donné, dépend du type de la particule. Si E est exprimé en MeV et R en g/cm^2 , nous avons, pour le Silicium, entre 10 et 100 MeV :

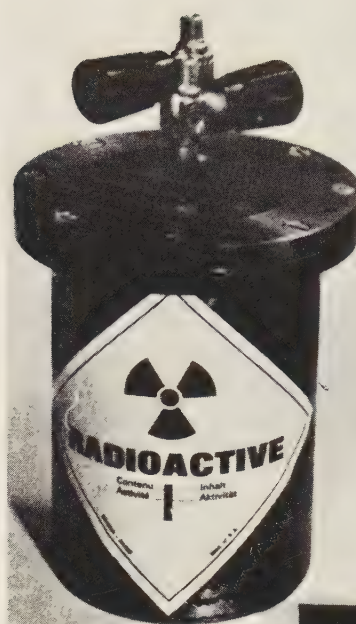
$$a_{\text{proton}} = 3.22$$

$$a_{\text{deuton}} = 1.91$$

$$a_{\text{triton}} = 1.42$$



TRITIUM
Cible Gazeuse 35microns



TRITIUM
Cible Gazeuse 35microns



TRITIUM
Cible Gazeuse 35microns

$$a_{\text{hélium } 3} = 0.354$$

$$a_{\text{hélium } 4} = 0.295.$$

L'examen des courbes "parcours-énergie" permet de considérer le paramètre β constant de 10 à 100 MeV pour les noyaux légers allant de ^1H à ^4He : β est généralement pris égal à 1.73.

Deux détecteurs à semiconducteur montés en télescope " ΔE -E" permettent d'identifier la particule observée selon la méthode décrite par Goulding⁽²¹⁾ : nous mesurons la perte d'énergie ΔE dans le premier détecteur dit "de transmission" et l'énergie résiduelle E_r dans le deuxième détecteur dit "d'arrêt" (figure 6).

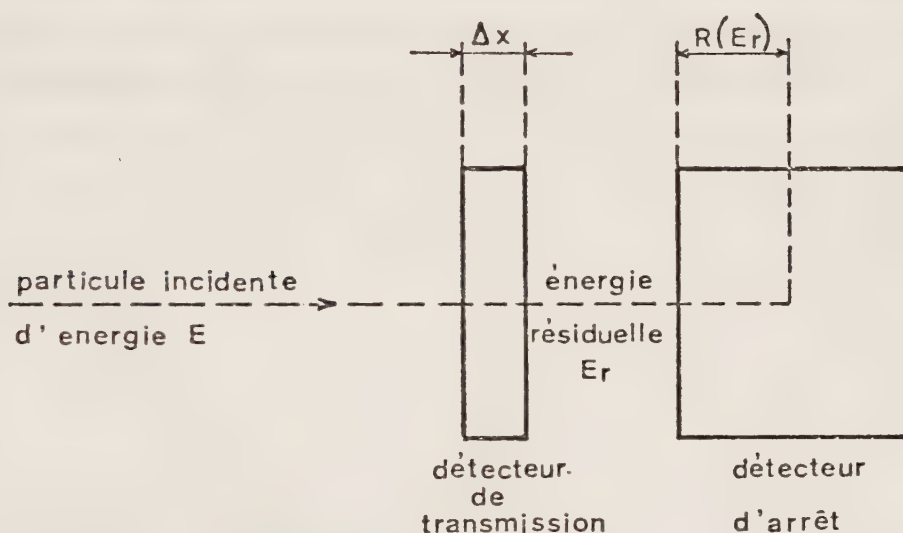


Figure 6. - Principe du télescope ΔE -E

Les deux grandeurs ΔE et E_r sont liées par la relation (1) :

$$(E_r + \Delta E)^\beta - E_r^\beta = \frac{\Delta x}{a} = J$$

où Δx est l'épaisseur du premier détecteur et J un "paramètre d'identification".

En-dessous de 10 MeV (le problème se pose pour l'étude de l'interférence Coulomb-nucléaire p-d), il faut ajuster β en fonction de la gamme d'énergie utilisée. La figure 7 montre comment varie expérimentalement le paramètre d'identification en fonction de l'énergie, selon la valeur de $\beta^{(22)}$. Nous pouvons voir, en particulier, que la méthode devient inutilisable en-dessous de 500 keV, car la séparation entre les particules devient insuffisante. Entre 1.5 MeV et 10 MeV, il faut faire varier β de 1.60 à 1.73.

2. Choix des détecteurs

Le choix de l'épaisseur du détecteur de transmission est lié d'une part à l'énergie minimale à mesurer et d'autre part aux fluctuations δJ du paramètre d'identification. J et δJ augmentent respectivement proportionnellement à Δx et $\sqrt{\Delta x}$: la séparation entre deux types de particules s'améliore lorsque Δx augmente. L'épaisseur optimale n'est pas la même, à énergie donnée, pour les particules de charge 1 et celles de charge 2, leurs parcours respectifs étant très différents. La figure 8 montre l'influence du choix de Δx sur l'identification (les zones hachurées correspondent aux largeurs à mi-hauteur des pics d'identification), en prenant comme exemples les deux épaisseurs limites utilisées pour ^3He et ^3H ⁽²³⁾. Notre choix de Δx s'appuie sur le fait que la particule étudiée doit perdre entre 0.2 et 0.5 fois son énergie initiale dans le détecteur ΔE , soit

$$0.2 E_{\text{tot.}} < \Delta E < 0.5 E_{\text{tot.}} \quad (24)$$

Nous avons utilisé des diodes au Silicium à barrière de surface ⁽²⁵⁾ d'épaisseurs allant de 10 μm à 2 mm et de surfaces utiles circulaires de 1 cm^2 . La détection des hélium-3 d'énergie supérieure à 60 MeV a nécessité l'emploi d'absorbeurs d'aluminium d'épaisseurs variant de 1 mm à 4 mm. Avec le tritium, les parcours des noyaux de recul dépassant 2 mm de Silicium dès 28 MeV, nous avons utilisé, au-delà de cette énergie, un détecteur E au Germanium, à pouvoir absorbant plus grand, à structure N.I.P. ⁽²⁵⁾, de dimension 1 x 1 x 2 cm^3 ; l'emploi d'un tel détecteur est plus délicat : d'une part, il doit être maintenu à la température de l'azote liquide et d'autre part, il oblige à réduire l'intensité du faisceau (nous avons 10^{11} protons par seconde avec les diodes au Silicium et 10^{10} protons par seconde avec la diode au Germanium) pour éviter sa saturation par un taux de comptage prohibitif. Le tableau 1 montre les différentes combinaisons de détecteurs et les limites des énergies mesurées pour chaque cible.

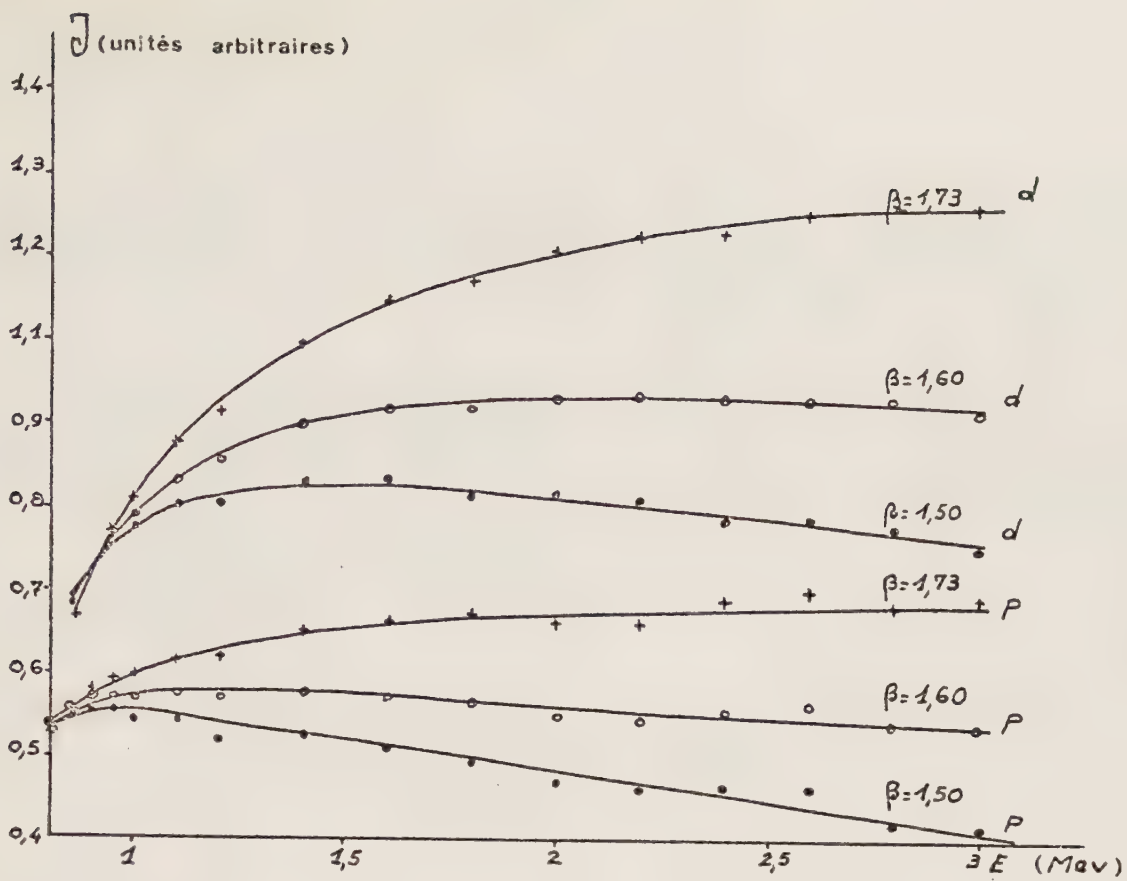


Figure 7. - Variation du paramètre d'identification en fonction de l'énergie

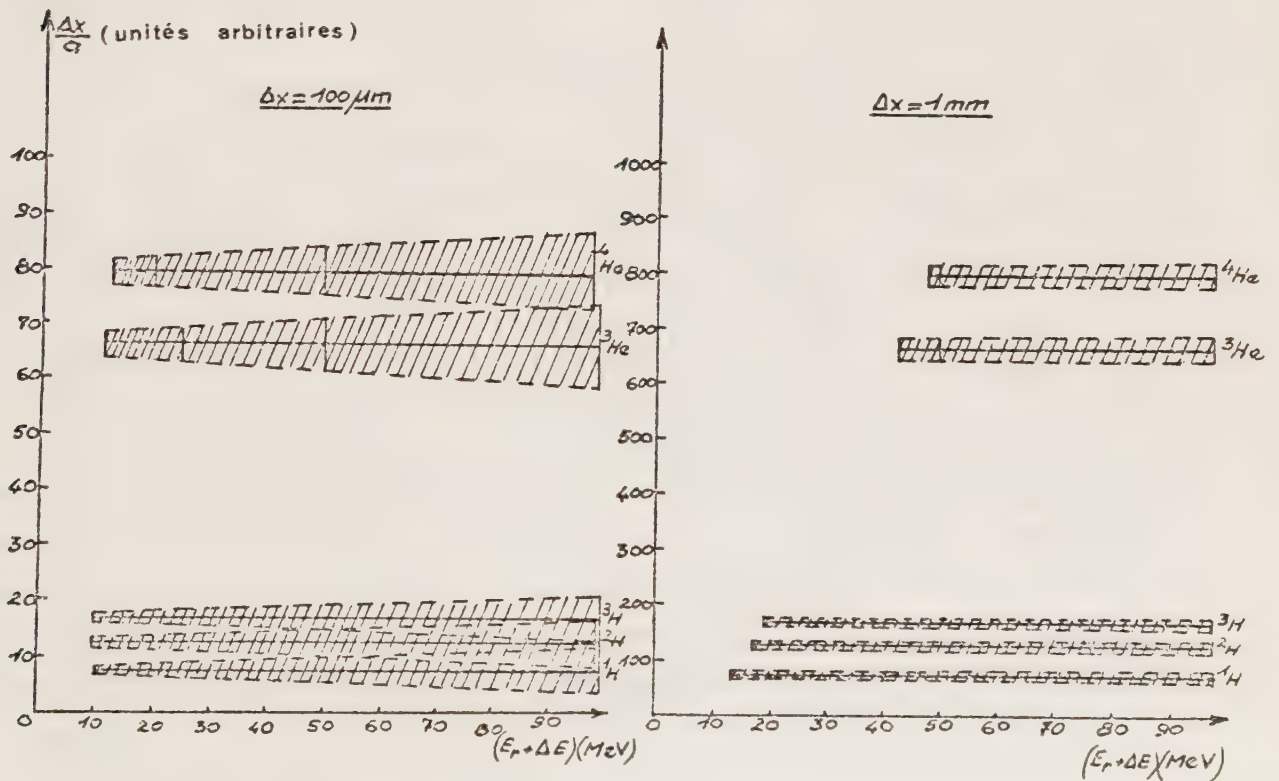


Figure 8. - Influence de l'épaisseur Δx du détecteur de transmission sur la séparation des paramètres d'identification.

Cible		^2H	^3He			^3H	^4He	
Energie minimale détectée (MeV)		1.2	16			14	15	
Energie maximale détectée (MeV)		10	124			86	68	
Epaisseur des détecteurs utilisés (Si à barrière de surface)	$\Delta E(\mu\text{m})$	10;50	100;150	200	300;1000	200;1000	50	200;300;1000
	$E(\mu\text{m})$	1000	300	1000	1000	1000	450	2000
Particularités			Utilisation d'absorbours d'Al. de 1 à 4 mm			Utilisation d'un détecteur E au germanium.		

Tableau 1. - Combinaisons des détecteurs ΔE et E pour les différentes cibles et gammes d'énergie.

E) CHAÎNE ELECTRONIQUE

La chaîne électronique est identique à celle décrite par Goulding (²¹). Le schéma synoptique est donné sur la figure 9. Immédiatement derrière les détecteurs se trouvent des préamplificateurs de charge à contre-réaction capacitive (10 mV/MeV). Les signaux sont amplifiés, mis en forme et sélectionnés en amplitude pour éliminer des événements indésirables : en particulier, un seuil inférieur sur la voie ΔE permet d'éliminer les signaux correspondant aux particules les plus légères. Les signaux "temps" sont fournis par des circuits de détection de passage à zéro d'un signal bipolaire. Ces signaux déclenchent une coïncidence rapide dont la résolution en temps est réglable entre 10 et 100 ns et qui ouvre l'identificateur. La coïncidence rapide ainsi que les sélecteurs monocanaux ouvrent des portes linéaires sur les deux voies. L'identificateur fournit d'une part le paramètre d'identification J donné par l'expression (1), et d'autre part l'énergie totale $E_r + \Delta E$ de la particule. J peut être sélectionné, pour une particule donnée, par un sélecteur monocanal qui ouvre une porte linéaire sur la voie énergie ; nous obtenons ainsi le spectre en énergie de la particule issue du choc élastique.

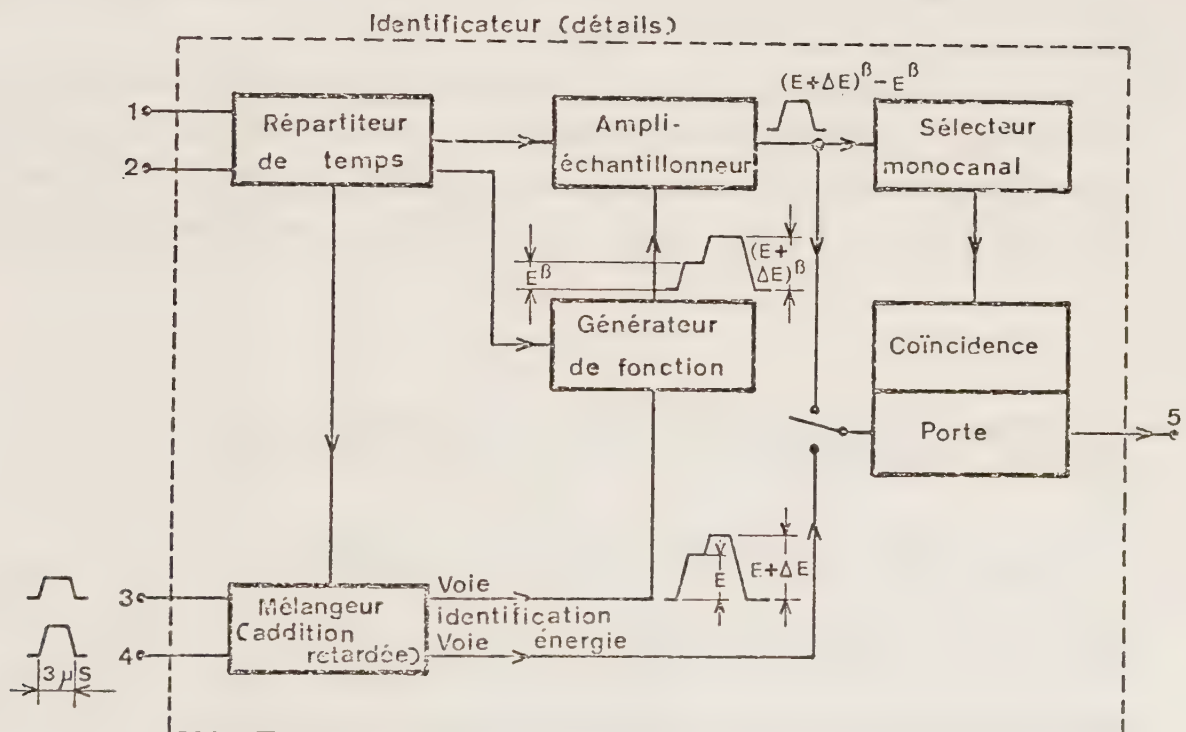
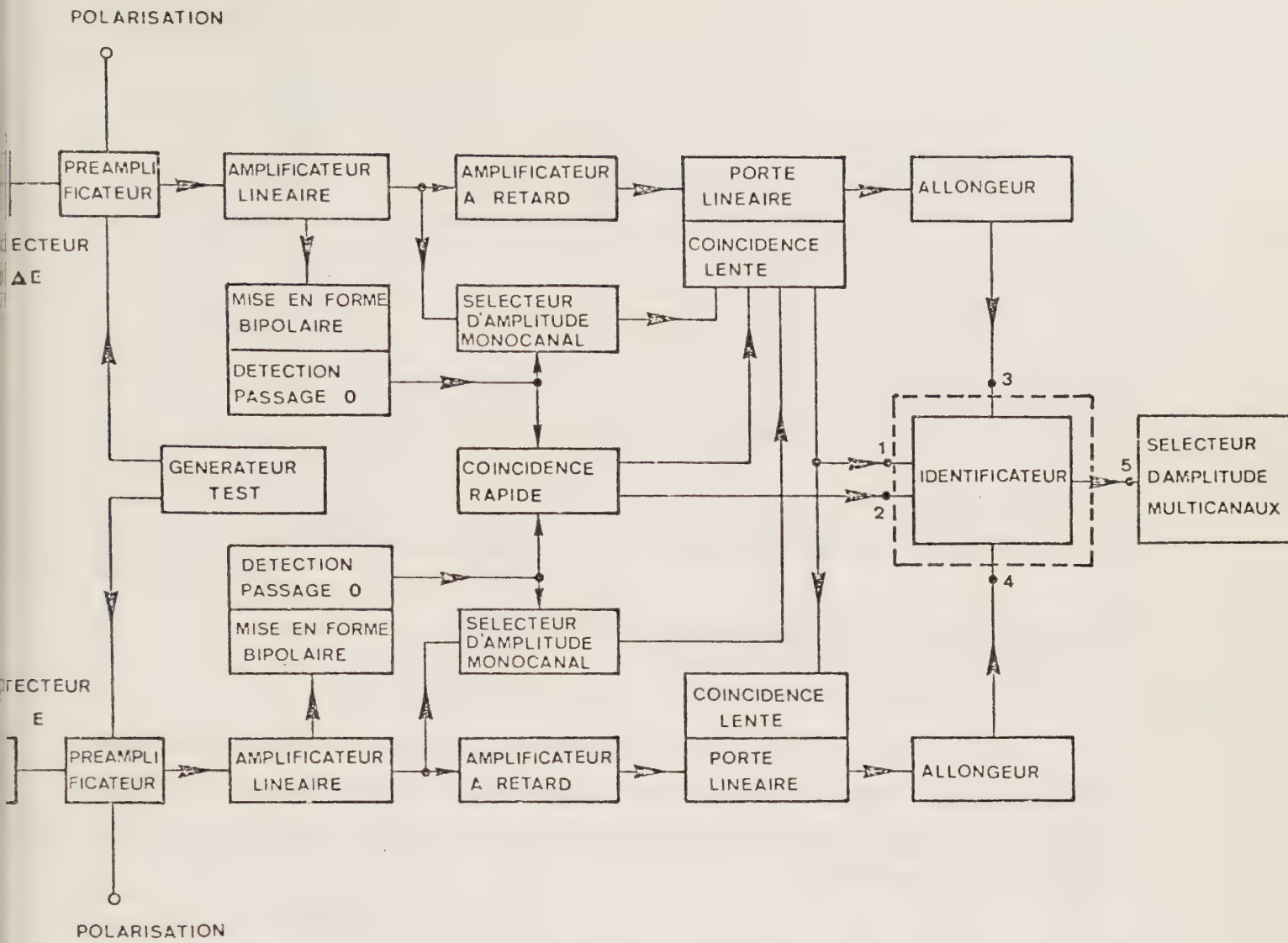


Figure 9. - Schéma synoptique de la chaîne électronique

CHAPITRE I - 2.

MESURES ET RÉSULTATS

A) IDENTIFICATIONS OBTENUES

Nous avons décrit, dans le chapitre précédent, le principe de l'identification par télescope ΔE -E. Pour illustrer l'efficacité de cette méthode, nous prenons deux exemples de spectres d'identification obtenus, caractéristiques de nos mesures :

- avec la cible d'hélium-3, le pic d'identification du noyau de recul est parfaitement isolé et aucun événement n'apparaît à l'emplacement qu'auraient occupé d'éventuels ^4He (figure 10) ;

- avec la cible de tritium, le télescope formé d'un détecteur ΔE au silicium et d'un détecteur E au germanium a donné entière satisfaction et la figure 11 représente un spectre d'identification des particules de charge 1 où le pic ^3H est très bien séparé et ne subit aucun recouvrement du pic ^2H .

B) CALCUL DES SECTIONS EFFICACES DIFFÉRENTIELLES

Soit une direction de détection θ par rapport à l'axe du faisceau. Plaçons un collimateur circulaire, de rayon R, perpendiculairement à cette direction. Considérons un faisceau filiforme dont un élément de longueur dx autour du point M (l'abscisse étant prise à partir du point O, intersection

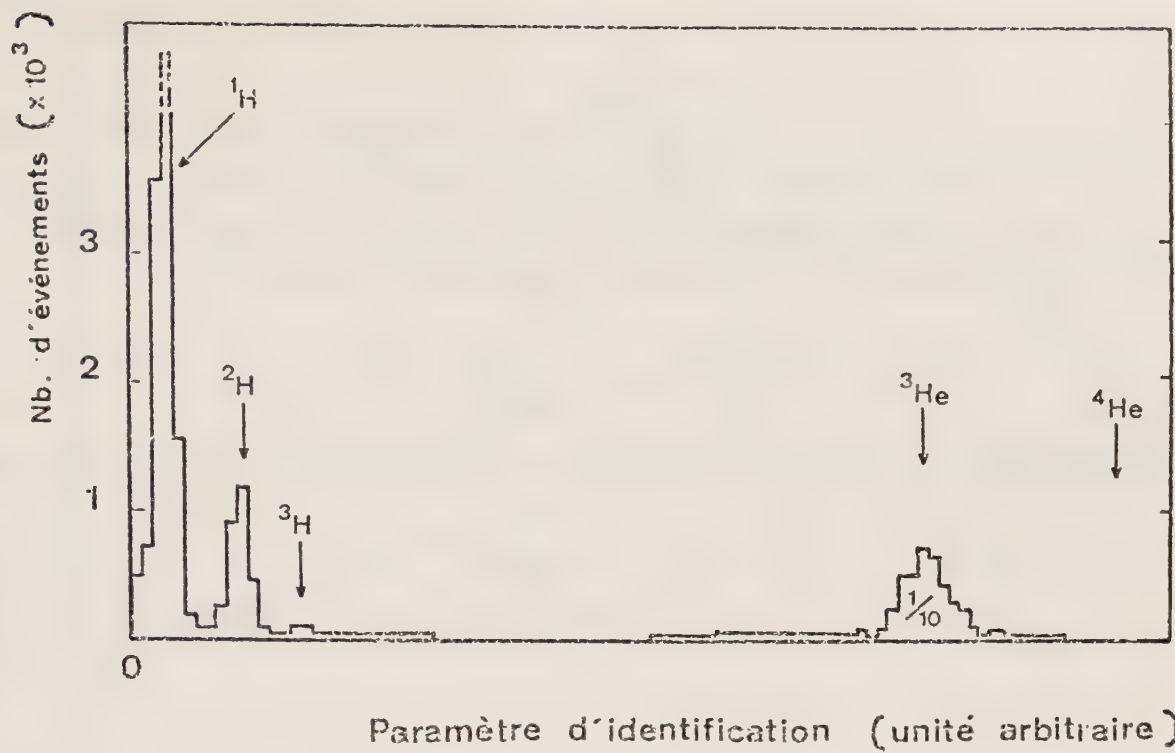


Figure 10.- Spectre d'identification obtenu avec la cible d'hélium-3

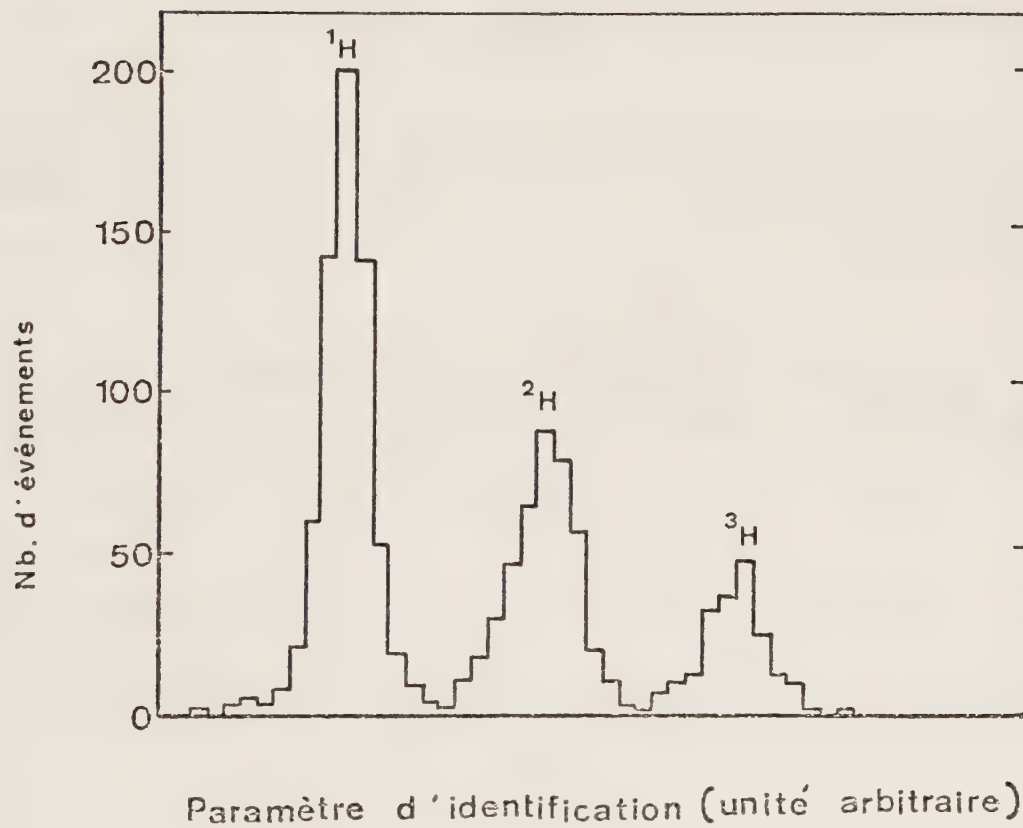


Figure 11. - Spectre d'identification obtenu avec la cible de tritium (avec détecteur E au Germanium).

de l'axe du faisceau et de l'axe du canal de détection) émet des particules entre les cônes d'ouverture θ et $\theta + d\theta$ (figure 12). Il passe à travers le collimateur, placé à la distance D de M (ou de O, car nous considérons $D \gg R$), un nombre de particules δn donné par l'expression

$$\delta n = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\theta} \cdot I \cdot \delta\Omega \cdot \rho \cdot dx$$

où $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\theta}$ est la section efficace différentielle correspondant aux particules cibles émises à l'angle θ

I, le nombre de particules incidentes,

ρ , le nombre de particules cibles par unité de longueur.

Avec $R \ll D$, nous avons

$$\delta\Omega = \frac{2}{D} \sqrt{R^2 - x^2} \sin^2 \theta \, d\theta$$

Nous détecterons donc, pour l'ensemble des éléments dx qui émettent à l'angle θ (longueur de cible utile), un nombre d'évènements dn donné par

$$dn = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\theta} \cdot \frac{I_0 \pi R^2}{D \sin \theta} \, d\theta$$

Si les particules détectées sont des évènements de diffusion élastique, le carré du quadrimoment de transfert t est lié à l'énergie cinétique E du noyau de recul de masse M , par l'expression simple

$$|t| = 2 ME$$

Si B est la vitesse (rapportée à celle de la lumière) du centre de masse du système "particule incidente-particule cible", E s'exprime en fonction de θ par

$$E = \frac{2 MB^2 \cos^2 \theta}{1 - B^2 \cos^2 \theta}$$

En partant de $d\Omega = 2\pi \sin \theta \cdot d\theta$, nous arrivons à l'expression (2)

$$\boxed{\frac{d\sigma}{dt} = \left(\frac{dn}{dE} \right) \frac{\sin^2 \theta \cdot D}{M_0 IR^2} \cdot \frac{1}{(1 - B^2 \cos^2 \theta)^2}} \quad (2)$$

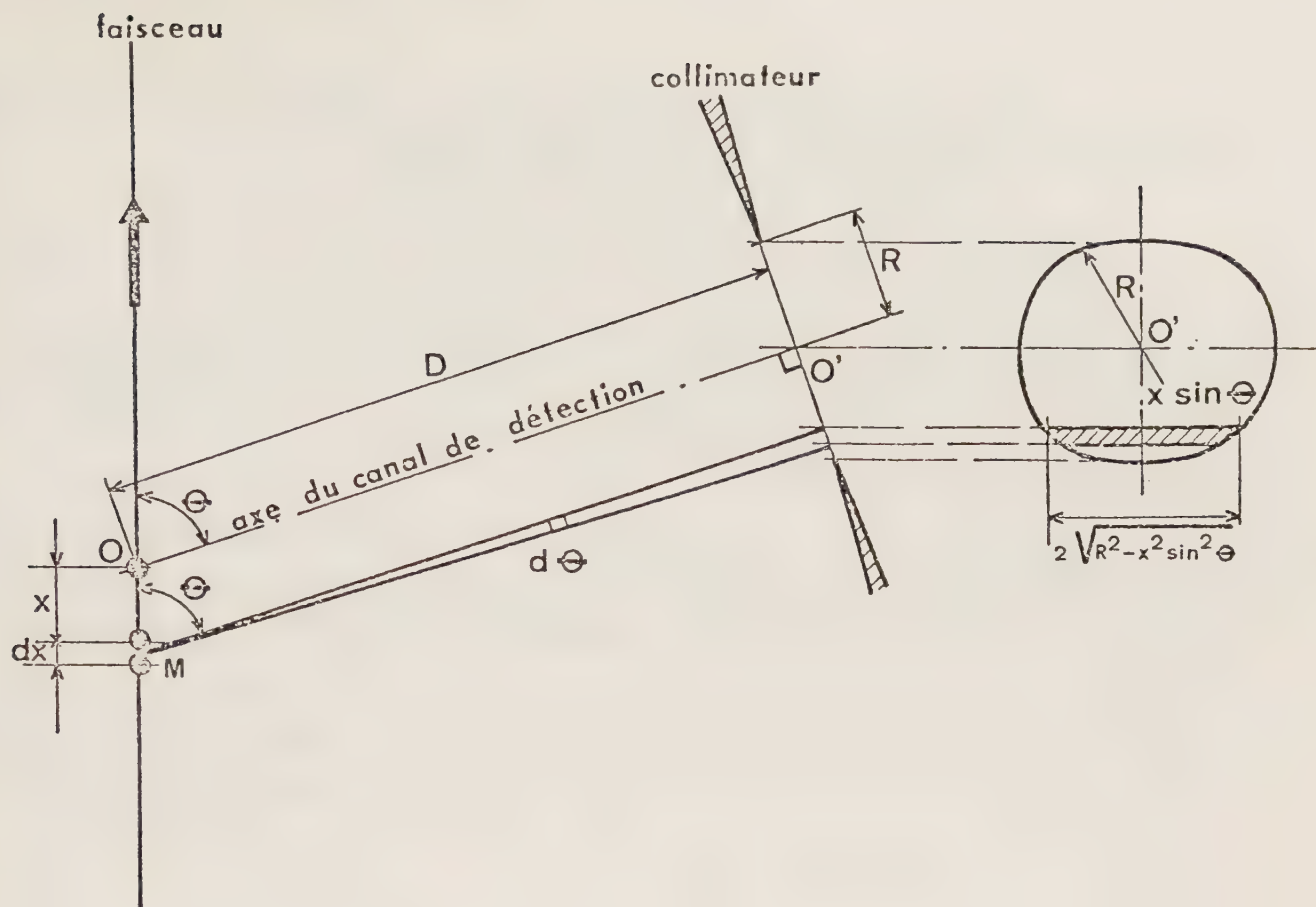


Figure 12. - Définition des grandeurs géométriques utilisées dans l'équation (2)

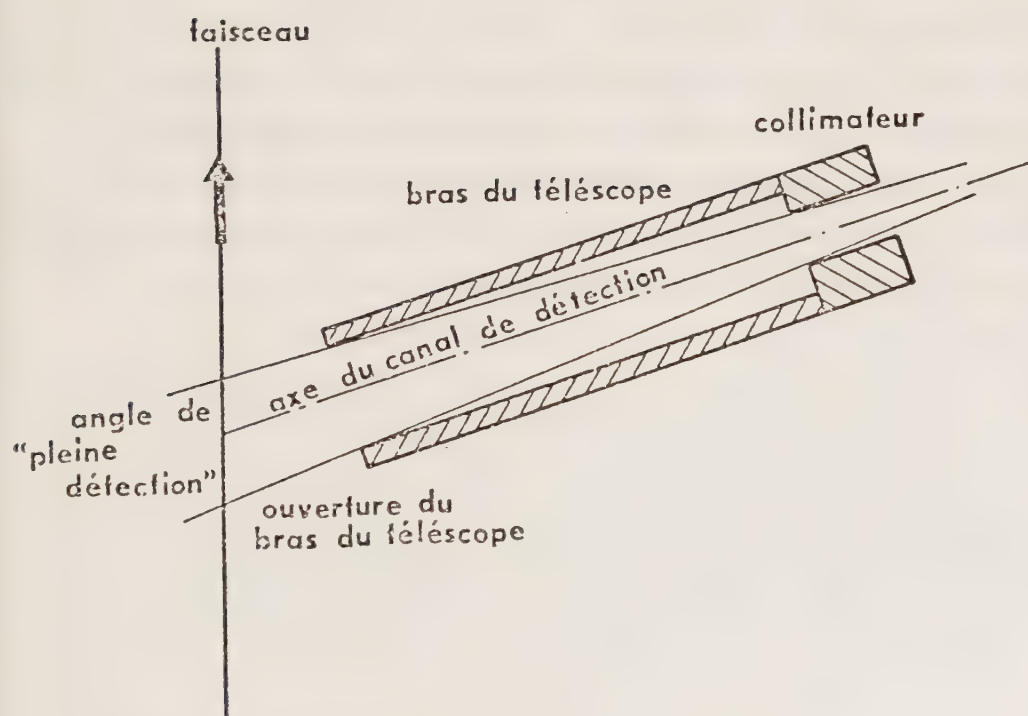


Figure 13. - Définition de l'angle de pleine détection.

Un calcul classique de cinématique permet de passer à la section efficace par unité d'angle solide sur le proton diffusé

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_3 = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{p_1 p_3}{\pi} \cdot M \left[\frac{p_1}{p_3} (M_1 + E_3) \cos \theta - (E_1 + M_1 + M) \right] \quad (3)$$

où les lettres p , M , E représentent respectivement des quantités de mouvement, des masses et des énergies cinétiques, les indices 1 et 3 servant respectivement à représenter le proton incident et le proton diffusé.

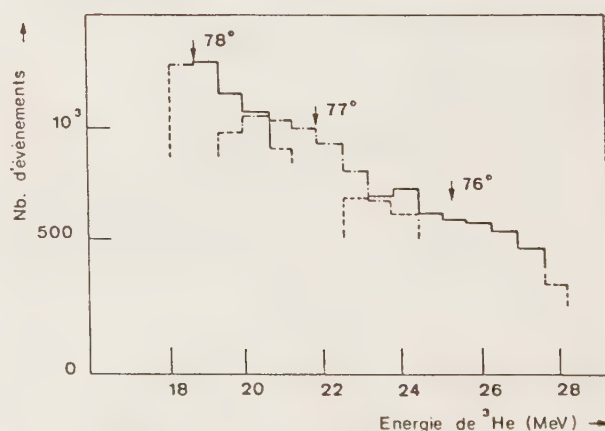
Expérimentalement, nous obtenons la section efficace différentielle de diffusion élastique, en remplaçant, dans l'expression (3), dn/dE par $\Delta n/\Delta E$ où Δn est le nombre de particules détectées dans le pas d'énergie mesurée ΔE . Le passage de dn/dE à $\Delta n/\Delta E$ revient à considérer que la longueur ℓ de cible utile est la même pour l'énergie E (angle θ) et pour l'énergie $E+\Delta E$ (angle $\theta+\Delta\theta$) : l'erreur relative ainsi introduite est donnée par la relation approchée

$$\frac{\Delta \ell}{\ell} \approx \frac{\Delta E}{E} \frac{1}{2 \tan^2 \theta}$$

Dans nos conditions expérimentales, un pas ΔE de 1 MeV conduit à une erreur relative inférieure à 2×10^{-3} .

Le domaine d'énergie dans lequel l'expression (3) est applicable, pour une position angulaire donnée du télescope, est fixé par ce que nous appelons "l'angle de pleine détection". Cet angle est déterminé par le cône qui s'appuie sur le collimateur des détecteurs et sur l'ouverture d'entrée du bras du télescope (figure 13). Le cône de pleine détection a une ouverture d'environ 1° . En juxtaposant les spectres en énergie obtenus de degré en degré, nous pouvons reconstituer le spectre complet (figure 14).

Figure 14. - Juxtaposition des spectres en énergie obtenus à différents angles



Pour obtenir un recouplement meilleur des spectres, nous avons fait un grand nombre de mesures de demi-degré en demi-degré.

Le faisceau réel a une section non nulle et chaque point pris sur cette section ne voit pas les détecteurs sous le même angle solide. Dans le plan horizontal, l'influence de l'extension spatiale du faisceau est négligeable ($< 1 \%$), si celui-ci reste correctement aligné : ceci est contrôlé visuellement à l'aide d'une caméra de télévision, qui permet de voir l'image du faisceau sur une mire luminescente au sulfure de zinc. Les effets de l'extension verticale sont plus importants ; ils sont corrigés par le procédé employé pour la mesure du "faisceau utile" que nous décrivons ci-dessous.

C) MONITEUR

1. Principe

Le faisceau ne peut pas être considéré comme exactement filiforme ; or, la probabilité pour un proton incident de donner un recul "vu" par le télescope décroît quand on s'écarte du plan défini par la figure 11. Pour tenir compte de cet effet, la "cible de comparaison" n'est pas d'épaisseur constante, mais conçue de sorte que, pour un angle donné de détection, elle présente, en chaque point, aux particules du faisceau, une épaisseur proportionnelle à leur probabilité de donner un recul dans la bande d'énergie correspondant à la pleine détection. Nous nous affranchissons ainsi des causes d'erreurs liées à la géométrie du faisceau. Théoriquement, la géométrie d'une telle cible varie avec l'angle du bras portant le télescope ; mais ces variations sont faibles, et nous avons pu utiliser un profil unique, correspondant à un angle moyen de 70° . La variation en épaisseur n'est pas réalisée de manière continue (ce qui eût été difficile) mais par superposition de n feuilles minces d'aluminium, découpées de façon adéquate. Pratiquement, trois feuilles de $100 \mu\text{m}$ d'épaisseur chacune se sont révélées suffisantes pour avoir une approximation acceptable du profil théorique.

2. Mesure absolue de l'intensité du faisceau

Nous utilisons la méthode d'activation par les protons du faisceau, d'une feuille mince d'aluminium très pur. Simultanément à l'irradiation, nous comptons les particules secondaires émises par la cible de comparaison et enregistrées par le télescope des deux scintillateurs en coïncidence (cf. figure 3). L'activité produite permet de calculer le nombre de protons incidents. La mesure s'effectue sur l'activité du sodium-24 qui se sépare très facilement des autres activités induites (^{18}F et ^{22}Na). La réaction $^{27}\text{Al}(p, 3p)n)^{24}\text{Na}$ a été étudiée, à 600 MeV, par K. Goebel et H. Schultzer (²⁶) : la section efficace obtenue est de 11.0 ± 0.5 mb. L'irradiation ne doit pas être trop prolongée (durée petite devant 10 heures) pour ne pas faire apparaître de ^{22}Na , mais la durée doit être suffisante pour que l'activité induite permette des mesures précises : un nombre de protons incidents satisfaisant est de l'ordre de 10^{14} (soit environ 1/4 d'heure d'irradiation). Avant d'effectuer la mesure d'activité du sodium-24, il faut attendre plusieurs périodes du fluor-18 pour atténuer la présence de celui-ci (période de $^{24}\text{Na} = 15,0$ h et période de $^{18}\text{F} = 1.83$ h) : nous avons, en général, réalisé les mesures après un refroidissement de 15 heures environ. Le résultat sur le flux de protons incidents est obtenu avec une précision de l'ordre de 8 %.

D) CORRECTIONS ET INCERTITUDES

1. Bruit de fond de comptage

Le tracé et le recouplement de tous les spectres en énergie obtenus à chaque angle permettent de séparer les événements élastiques d'un spectre de bruit de fond. La correction du bruit de fond des événements parasites est inférieure à 1 % aux quadrimoments de transfert les plus faibles et atteint 20 % au minimum de section efficace. L'incertitude introduite par cette correction reste toujours inférieure à 4 %.

2. Bruit de fond et précision du moniteur

Nous avons vu que la mesure absolue du flux de protons est faite avec une précision de 8 % ; la référence relative donnée par le moniteur doit être corrigée de son propre bruit de fond : ceci est réalisé grâce à l'étude du taux de comptage du moniteur en fonction du réglage de la coïncidence en temps des signaux des deux scintillateurs et en fonction de l'intensité du faisceau. Nous aboutissons à une précision globale du moniteur de l'ordre de 10 %.

3. Incertitudes géométriques

L'ensemble des incertitudes géométriques (construction et approximations théoriques dans le calcul de la section efficace différentielle) peut s'évaluer à moins de 4 % (22).

4. Diffusion coulombienne multiple

L'influence de la diffusion coulombienne multiple est négligeable dans le cas du deutérium (faible pression et pas de fenêtre), de l'hélium-3 et de l'hélium-4 (vide dans le bras du télescope et influence de la fenêtre de mylar négligeable). La présence d'une fenêtre d'acier de 35 μm rend une correction nécessaire dans le cas du tritium jusqu'à des énergies de recul de 40 MeV (25 % à 15 MeV et 1 % à 40 MeV) (figure 15).

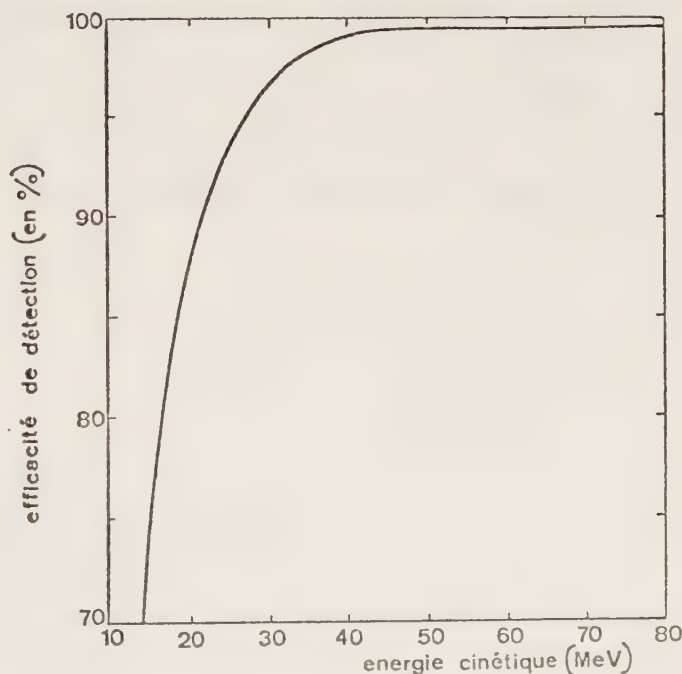


Figure 15. - Efficacité de détection du tritium en fonction de l'énergie cinétique (correction de la D.C.M.)

5. Incertitude systématique globale

La somme quadratique des incertitudes indépendantes conduit à une incertitude systématique globale de 12 %, la source principale d'erreur étant l'étalonnage du moniteur de faisceau.

Remarque : Dans le cas du tritium, nous avons, au-delà de 28 MeV, remplacé le détecteur d'arrêt au Silicium par un détecteur au Germanium (cf. fig. 4). La gamme de mesures (de 25 MeV à 28 MeV) commune aux deux types de télescope nous a permis de déterminer l'efficacité de détection de la diode au Germanium. Cette détermination introduit une incertitude supplémentaire dans les mesures au-delà de 28 MeV. L'incertitude systématique globale augmente alors jusqu'à 15 %.

6. Incertitude statistique

Il convient d'ajouter les incertitudes statistiques de comptage. Celles-ci sont portées dans les tableaux de mesure (tableaux 3, 4 et 5) : elles varient de 2 % pour les plus faibles quadrimoments de transfert à 10 % aux minima de diffraction.

7. Etalonnage en énergie

L'étalonnage en énergie, obtenu à partir d'un générateur d'impulsions calibré à l'aide d'une source d'Américium, est réalisé avec une incertitude inférieure à 2 % pour tous les télescopes formés de deux détecteurs au Silicium. L'emploi d'un détecteur E au Germanium (pour $p\text{-}^3\text{H} > 0.2 \text{ (GeV/c)}^2$) possédant une fenêtre d'entrée dégrade la résolution en énergie jusqu'à environ 5 %.

E) RÉSULTATS

Les valeurs expérimentales des sections efficaces différentielles que nous avons obtenues par diffusion élastique de protons de 600 MeV sur le deutérium, le tritium, l'hélium-3 et l'hélium-4 sont portées respectivement dans les tableaux 2, 3, 4 et 5. Les courbes correspondantes apparaissent

sur les figures 16, 17, 18 et 19. Les incertitudes portées sur les tableaux comme sur les figures sont les seules incertitudes statistiques. La figure 20 permet une comparaison directe des résultats obtenus sur les différentes cibles étudiées.

Les figures 21 et 22 permettent de comparer nos résultats à ceux de Boschitz et al., obtenus à la même énergie, pour $p\text{-}^3\text{He}$ (²⁷) et $p\text{-}^4\text{He}$ (²⁸). Les mesures sur l'hélium-4 sont assez compatibles entre elles surtout si nous tenons compte des erreurs systématiques non portées sur les figures. Par contre, les résultats diffèrent davantage dans le cas de l'hélium-3 : en particulier, le maximum de diffusion double est beaucoup plus prononcé dans notre expérience. Il n'existe pas d'autres résultats sur la diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^3\text{H}$ à 600 MeV. Par contre, des expériences récentes sur la diffusion élastique $p\text{-}^4\text{He}$ ont eu lieu entre 587 MeV et 1154 MeV : ces résultats ont été rassemblés et étudiés par Auger et al. (²⁹).

F) CONCLUSION

La méthode de détection que nous avons employée nous a permis de sélectionner très efficacement les événements élastiques de mesurer avec précision leur énergie cinétique de recul. A l'aide d'un dispositif simple, nous avons pu réaliser nos mesures avec un faisceau de très haute intensité sans être gênés par le bruit de fond. Des expériences de ce type méritent d'être développées. Nous ne présentons pas ici le développement expérimental auquel nous avons participé, mais nous signalons, dans le tableau 6, l'ensemble des expériences réalisées ou en cours utilisant une détection de "recul".

$E_{\pi\pi}$ (MeV)	$\theta_{\pi\pi}$ (deg)	$-t$ (GeV/c) ²	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab}$ (mb/sr)	$\frac{d\sigma}{dt}$ [mb/(GeV/c) ²]
1.200	87.13	0.0045	127.4	269.7
1.440	86.86	0.0054	130.65	276.7
1.904	86.38	0.0071	108.3	229.4
2.140	86.17	0.0080	117.9	249.9
2.380	85.96	0.0089	109.4	231.8
2.620	85.76	0.0098	105.4	223.5
2.865	85.56	0.0107	93.6	202.8
3.105	85.38	0.0116	98.3	208.6
3.594	85.03	0.0135	99.8	211.8
3.840	84.86	0.0144	95.6	202.9
4.085	84.70	0.0153	93.5	198.6
3.352	85.20	0.0126	100.0	212.2
3.594	85.03	0.0135	94.1	199.6
3.840	84.86	0.0144	93.7	198.9
4.085	84.70	0.0153	95.1	201.9
4.301	84.56	0.0161	85.7	182.1
4.577	84.39	0.0172	92.4	196.3
4.828	84.24	0.0181	84.75	180.1
5.072	84.09	0.0190	84.25	179.1
5.317	83.95	0.0199	85.9	182.6
5.565	83.81	0.0209	81.4	173.1
5.813	83.68	0.0218	80.7	171.7
6.060	83.54	0.0227	78.4	166.9
6.308	83.41	0.0237	75.0	159.6
6.557	83.28	0.0246	73.5	156.4
6.805	83.16	0.0255	79.6	169.4
7.054	83.03	0.0265	75.9	161.7
7.303	82.91	0.0274	71.9	153.2
7.552	82.79	0.0283	69.0	147.0
7.800	82.67	0.0293	70.6	150.4
15.5	79.65	0.0581	42.0	90.3
16.5	79.32	0.0619	31.3	67.3
18.5	78.09	0.0694	28.7	61.8
19.5	78.38	0.0731	26.7	57.7
23.5	77.23	0.0881	22.0	47.7

Tableau 2. - Section efficace différentielle de diffusion élastique P-D à 600 MeV

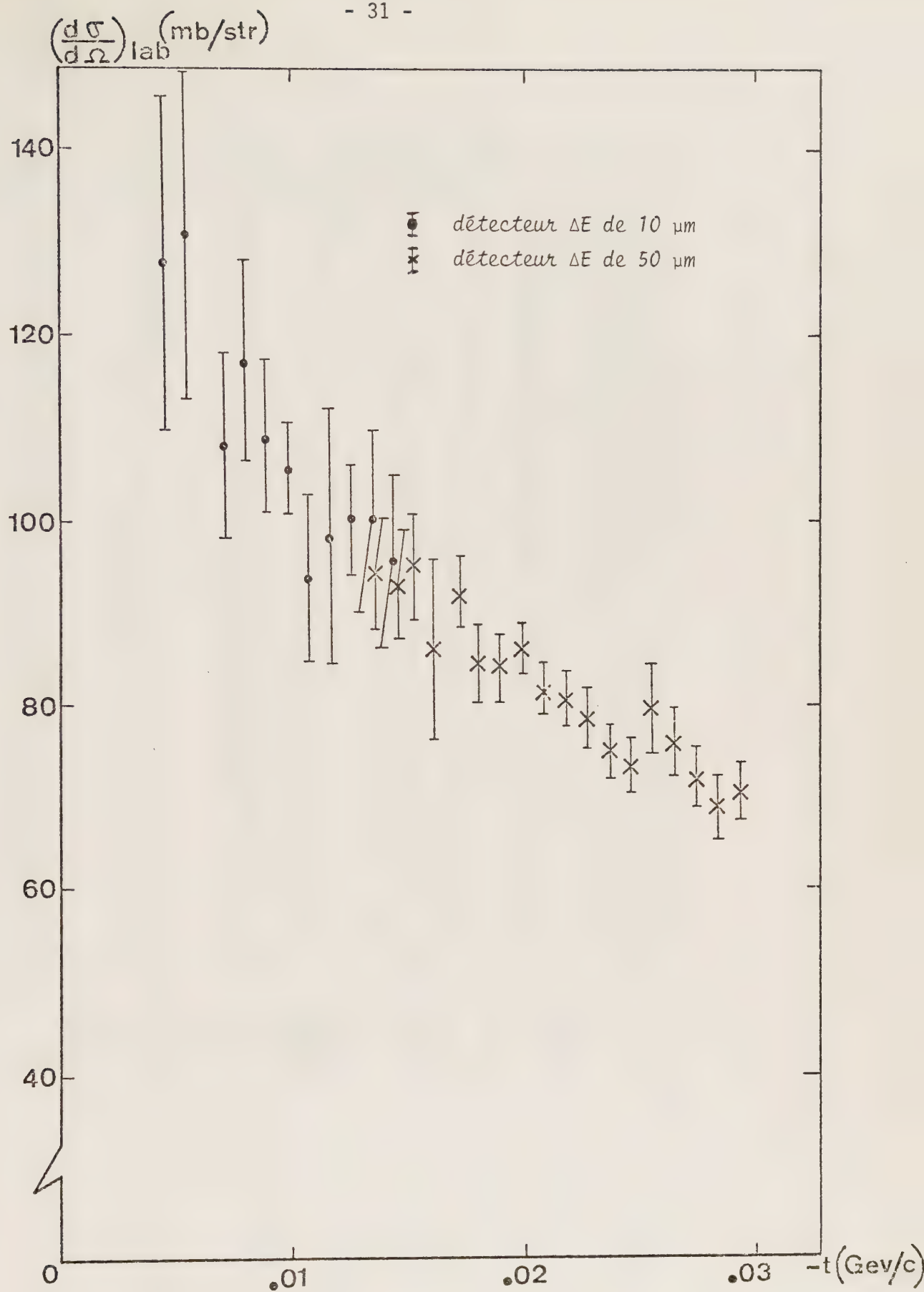


Figure 16. - Section efficace différentielle de diffusion élastique P-D à 600 MeV

E_{H} (MeV)	θ_{H} (deg)	$-t$ (GeV/c) ²	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab}}$ (mb/sr)	$\Delta\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab}}^{\text{a)}$ (mb/sr)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{c.m.}}$ (mb/sr)	$\Delta\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{c.m.}}^{\text{a)}$ (mb/sr)	$\frac{d\sigma}{dt}$ [mb/(GeV/c) ²]	$\Delta\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^{\text{a)}$ [mb/(GeV/c) ²]
14.00	79.76	0.0786	27.6	0.4	12.9	0.2	59.7	0.8
15.00	79.40	0.0842	20.0	0.3	9.33	0.12	41.1	0.5
16.00	79.04	0.0898	17.6	0.3	8.23	0.14	36.2	0.6
17.00	78.70	0.0955	14.5	0.2	6.77	0.1	29.8	0.4
18.00	78.37	0.1013	11.9	0.2	5.60	0.11	24.6	0.5
19.00	78.05	0.1067	9.37	0.20	4.40	0.09	19.4	0.4
20.00	77.74	0.1122	7.1	0.18	3.52	0.08	15.6	0.3
22.00	76.84	0.1292	4.48	0.13	2.12	0.06	9.33	0.27
24.00	76.35	0.1346	3.66	0.12	1.73	0.06	7.63	0.24
25.00	76.27	0.1494	3.35	0.09	1.59	0.04	6.99	0.19
26.00	75.99	0.1488	2.51	0.09	1.19	0.04	5.25	0.20
26.50	75.86	0.1488	2.19	0.22	1.04	0.11	4.59	0.48
27.00	75.72	0.1516	2.13	0.08	1.01	0.04	4.45	0.18
28.00	75.40	0.1567	1.8	0.07	0.88	0.03	3.96	0.16
28.50	75.27	0.1567	1.6	0.07	0.79	0.03	3.58	0.15
29.00	75.14	0.1567	1.4	0.07	0.71	0.03	3.24	0.14
30.00	74.82	0.1622	1.1	0.06	0.56	0.02	2.56	0.11
31.00	74.49	0.1677	0.9	0.05	0.45	0.02	2.05	0.09
32.00	74.16	0.1732	0.7	0.04	0.35	0.01	1.56	0.07
33.00	73.82	0.1794	0.569	0.045	0.274	0.022	1.24	0.1
34.00	73.49	0.1846	0.554	0.044	0.267	0.021	1.18	0.09
35.00	73.35	0.1898	0.531	0.061	0.257	0.030	1.14	0.13
36.00	73.12	0.1950	0.386	0.051	0.187	0.025	0.830	0.110
37.00	72.89	0.2002	0.300	0.032	0.146	0.015	0.646	0.068
38.00	72.66	0.2054	0.237	0.028	0.121	0.013	0.510	0.059
39.00	72.44	0.2106	0.216	0.037	0.105	0.018	0.461	0.080
40.00	72.22	0.2158	0.180	0.034	0.0879	0.0163	0.330	0.072
41.00	72.00	0.2210	0.197	0.035	0.0961	0.0173	0.426	0.077
42.00	71.78	0.2262	0.103	0.019	0.0503	0.0095	0.223	0.042
43.00	71.46	0.2340	0.0919	0.0134	0.0480	0.0066	0.213	0.029
44.00	71.15	0.2418	0.0545	0.0132	0.0268	0.0065	0.119	0.029
45.00	70.94	0.2470	0.0612	0.0144	0.0301	0.0071	0.134	0.032
46.00	70.74	0.2522	0.0501	0.0112	0.0248	0.0055	0.110	0.029
47.00	70.53	0.2574	0.0551	0.0120	0.0272	0.0059	0.121	0.026
48.00	70.33	0.2626	0.0535	0.0132	0.0315	0.0066	0.140	0.029
49.00	70.13	0.2678	0.0537	0.0120	0.0267	0.0060	0.119	0.027
50.00	69.93	0.2730	0.0583	0.0127	0.0290	0.0063	0.129	0.028
51.00	69.74	0.2782	0.0539	0.0086	0.0269	0.0043	0.120	0.019
52.00	69.54	0.2834	0.0565	0.0089	0.0282	0.0045	0.125	0.020
53.00	69.25	0.2912	0.0540	0.0088	0.0271	0.0044	0.120	0.020
54.00	68.31	0.3172	0.0865	0.0125	0.0437	0.0063	0.195	0.028
55.00	67.36	0.3445	0.120	0.012	0.0612	0.0063	0.273	0.028
56.00	66.52	0.3692	0.0566	0.0103	0.0446	0.0053	0.199	0.024
57.00	65.67	0.3952	0.0555	0.0083	0.0289	0.0043	0.129	0.019
58.00	64.81	0.4212	0.0544	0.0081	0.0280	0.0042	0.125	0.019
59.00	64.51	0.4316	0.0776	0.0091	0.0409	0.0052	0.180	0.023
60.00	63.99	0.4485	0.0619	0.0087	0.0328	0.0046	0.147	0.021

^{a)} erreurs statistiques uniquement

Tableau 3. - Section efficace différentielle de diffusion élastique P-³H à 600 MeV

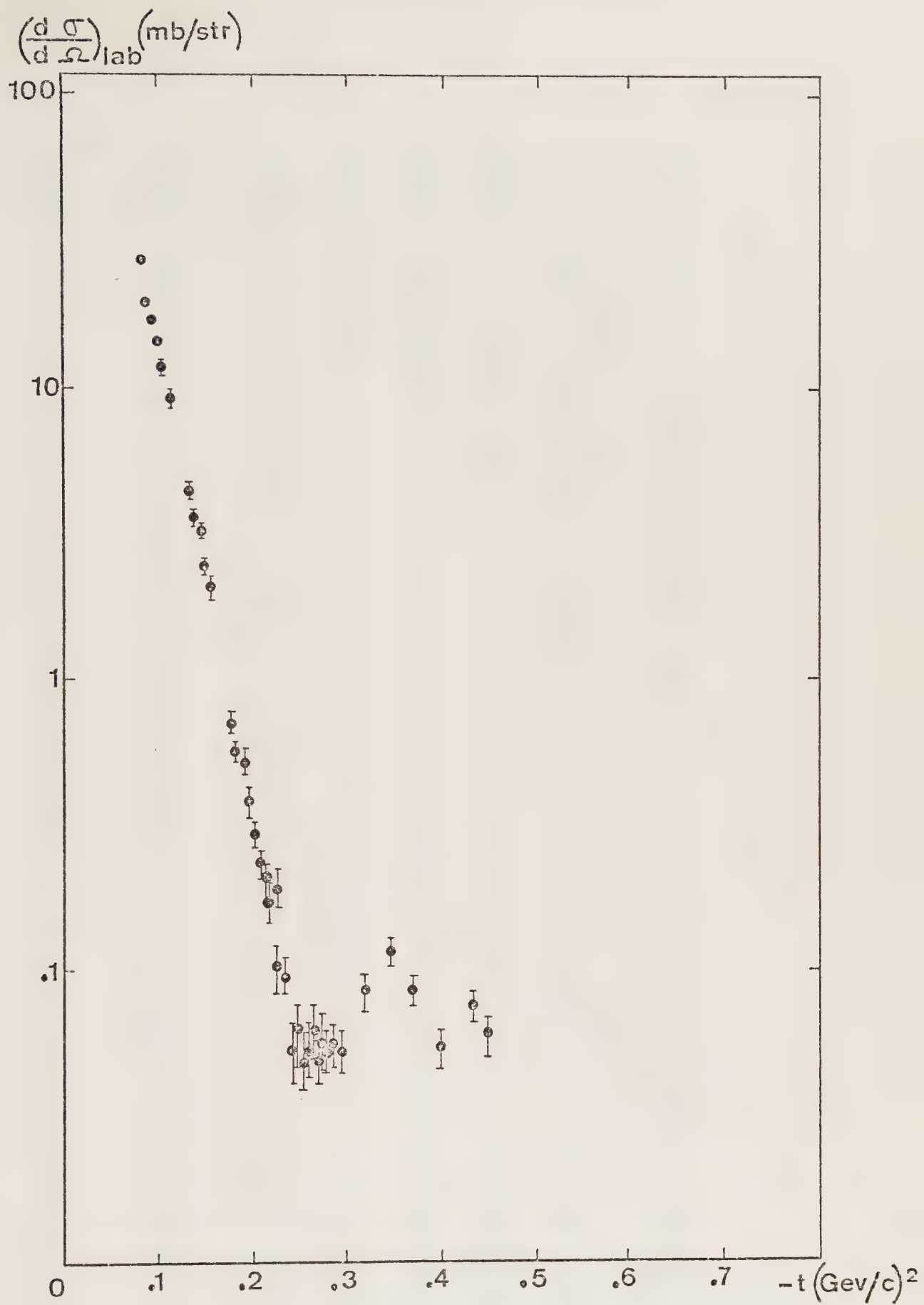


Figure 17. - Section efficace différentielle de diffusion élastique P-3H à 600 MeV
(Les barres d'erreurs correspondent uniquement aux incertitudes statistiques)

E_{He} (MeV)	θ_{He} (deg)	$-t$ (GeV/c) ²	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab}}$ (mb/sr)	$\Delta\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab}}^*)$ (mb/sr)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{c.m.}}$ (mb/sr)	$\Delta\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{c.m.}}^*)$ (mb/sr)	$\frac{d\sigma}{dt}$ [mb/(GeV/c) ²]	$\Delta\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^*)$ [mb/(GeV/c) ²]
16.40	78.91	0.0921	15.6	0.5	7.29	0.22	34.0	1.1
17.37	78.58	0.0975	13.4	0.4	6.28	0.21	29.3	1.0
18.34	78.20	0.1030	12.3	0.4	5.76	0.20	26.9	0.9
19.32	77.95	0.1085	11.5	0.4	5.4	0.19	25.2	0.9
20.29	77.85	0.1139	9.20	0.26	4.33	0.12	20.2	0.6
21.27	77.35	0.1194	8.52	0.24	4.02	0.12	18.8	0.5
22.25	77.06	0.1249	7.51	0.23	3.55	0.11	16.6	0.5
23.23	76.77	0.1304	6.90	0.22	3.27	0.11	15.2	0.5
24.22	76.49	0.1360	5.89	0.17	2.79	0.08	13.0	0.4
25.20	76.21	0.1415	5.46	0.14	2.60	0.07	12.1	0.3
26.18	75.94	0.1470	4.98	0.19	2.37	0.09	11.1	0.4
27.17	75.68	0.1526	4.36	0.14	2.08	0.07	9.70	0.31
28.16	75.41	0.1581	3.44	0.15	1.64	0.07	7.68	0.33
29.15	75.15	0.1637	2.98	0.12	1.43	0.06	6.66	0.27
30.10	74.90	0.1692	2.43	0.09	1.17	0.04	5.45	0.20
31.12	74.65	0.1748	2.38	0.11	1.15	0.05	5.35	0.24
32.11	74.41	0.1803	1.94	0.09	0.932	0.043	4.35	0.20
53.10	74.16	0.1859	1.56	0.07	0.752	0.032	3.51	0.15
34.09	73.92	0.1914	1.41	0.06	0.681	0.030	3.18	0.14
35.09	73.68	0.1970	1.25	0.06	0.605	0.027	2.82	0.13
36.08	73.45	0.2026	1.06	0.05	0.512	0.025	2.39	0.12
37.07	73.22	0.2082	0.768	0.043	0.373	0.021	1.74	0.10
38.05	72.99	0.2137	0.725	0.063	0.353	0.031	1.65	0.14
38.60	72.87	0.2168	0.677	0.048	0.330	0.023	1.54	0.11
38.61	72.87	0.2168	0.728	0.050	0.355	0.024	1.66	0.11
39.60	72.64	0.2224	0.541	0.030	0.264	0.015	1.23	0.07
40.59	72.42	0.2279	0.478	0.028	0.234	0.014	1.09	0.06
41.59	72.20	0.2335	0.347	0.019	0.170	0.009	0.794	0.044
42.58	71.98	0.2391	0.313	0.022	0.154	0.011	0.717	0.050
43.57	71.77	0.2447	0.273	0.028	0.134	0.014	0.628	0.065
44.57	71.56	0.2503	0.244	0.027	0.121	0.013	0.563	0.061
46.56	71.14	0.2615	0.173	0.013	0.0856	0.0063	0.400	0.029
47.28	70.99	0.2655	0.161	0.021	0.0800	0.0106	0.374	0.050
48.27	70.78	0.2711	0.150	0.015	0.0745	0.0073	0.348	0.034
49.76	70.48	0.2794	0.143	0.010	0.0711	0.0050	0.332	0.023
51.75	70.08	0.2906	0.130	0.010	0.0648	0.0048	0.303	0.022
53.25	69.78	0.2990	0.116	0.018	0.0583	0.0090	0.272	0.042
54.25	69.59	0.3046	0.103	0.017	0.0520	0.0084	0.243	0.039
56.24	69.21	0.3158	0.099	0.016	0.0498	0.0082	0.233	0.038
57.24	69.01	0.3214	0.101	0.016	0.0512	0.0083	0.239	0.039
58.23	68.83	0.3270	0.107	0.017	0.0542	0.0086	0.253	0.040
60.23	68.45	0.3382	0.135	0.011	0.0686	0.0056	0.321	0.026
63.22	67.90	0.3550	0.142	0.011	0.0728	0.0058	0.340	0.027
67.71	67.10	0.3802	0.143	0.013	0.0740	0.0066	0.346	0.031
70.21	66.66	0.3943	0.142	0.010	0.0737	0.0051	0.345	0.024
73.19	66.15	0.4110	0.144	0.010	0.0754	0.0052	0.353	0.024
78.18	65.31	0.4390	0.141	0.018	0.0743	0.0094	0.348	0.044
79.68	65.06	0.4474	0.137	0.012	0.0728	0.0065	0.341	0.080
81.68	64.73	0.4587	0.136	0.012	0.0722	0.0063	0.338	0.030
85.67	64.08	0.4811	0.115	0.007	0.0617	0.0040	0.289	0.019
87.67	63.77	0.4923	0.101	0.007	0.0545	0.0037	0.255	0.017
90.67	63.29	0.5091	0.0946	0.0064	0.0513	0.0035	0.240	0.016
94.66	62.67	0.5316	0.0860	0.0060	0.0470	0.0033	0.220	0.015
98.65	62.07	0.5540	0.0821	0.0046	0.0452	0.0025	0.212	0.012
102.65	61.47	0.5764	0.0669	0.0055	0.0372	0.0031	0.174	0.014
106.65	60.87	0.5989	0.0630	0.0051	0.0353	0.0029	0.166	0.014
111.64	60.15	0.6269	0.0612	0.0050	0.0347	0.0029	0.163	0.013
115.64	59.57	0.6494	0.0496	0.0045	0.0284	0.0026	0.133	0.012
119.63	59.01	0.6718	0.0317	0.0035	0.0183	0.0020	0.0860	0.0094
123.63	58.45	0.6942	0.0278	0.0028	0.0162	0.0016	0.0760	0.0075

a) erreurs statistiques uniquement

Tableau 4. - Section efficace différentielle de diffusion élastique p-³He à 600 MeV

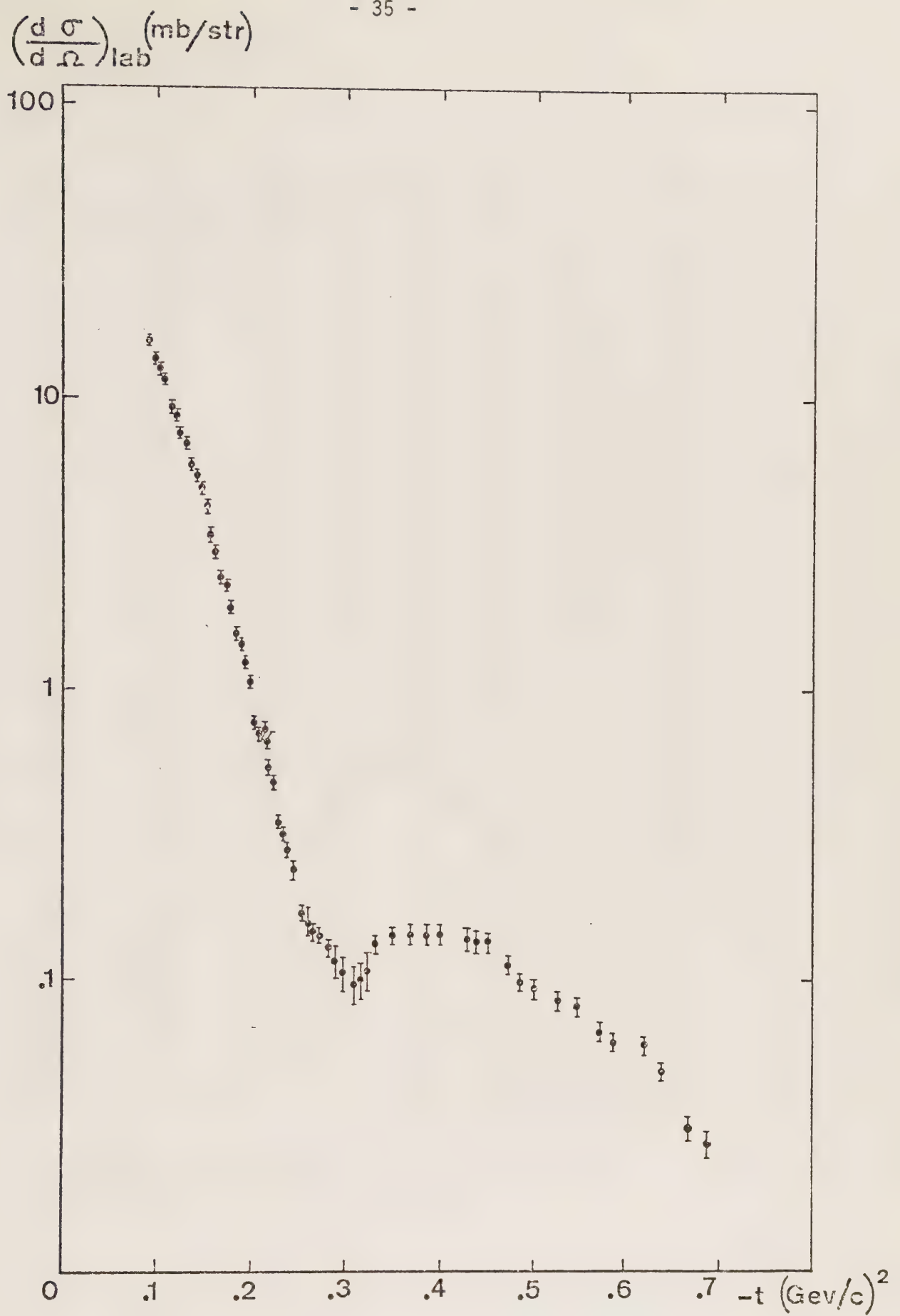


Figure 18. - Section efficace différentielle de diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ à 600 MeV
(Les barres d'erreur correspondent uniquement aux incertitudes statistiques).

E_{He} (MeV)	θ_{He} (deg)	$-t$ (GeV/c) ²	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab}}$ (mb/sr)	$\Delta\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^a_{\text{lab}}$ (mb/sr)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{c.m.}}$ (mb/sr)	$\Delta\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^a_{\text{c.m.}}$ (mb/sr)	$\frac{d\sigma}{dt}$ [mb/(GeV/c) ²]	$\Delta\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^a$ [mb/(GeV/c) ²]
15.62	78.61	0.1164	18.1	0.3	9.90	0.16	39.5	0.6
16.56	78.27	0.1234	14.5	0.3	7.94	0.14	31.7	0.6
17.51	77.93	0.1305	12.8	0.2	7.02	0.13	28.0	0.5
18.46	77.60	0.1376	11.0	0.2	6.05	0.12	24.2	0.5
19.42	77.28	0.1448	8.87	0.20	4.87	0.11	19.5	0.4
20.38	76.96	0.1519	7.69	0.18	4.24	0.10	16.9	0.4
21.34	76.66	0.1591	5.50	0.15	3.03	0.08	12.1	0.3
22.31	76.35	0.1663	4.45	0.14	2.46	0.08	9.83	0.30
23.28	76.05	0.1735	3.28	0.12	1.82	0.06	7.26	0.26
24.25	75.76	0.1808	2.69	0.10	1.49	0.06	5.97	0.23
28.16	74.63	0.2099	1.33	0.07	0.745	0.040	2.98	0.16
29.14	74.36	0.2172	0.779	0.053	0.437	0.030	1.74	0.12
30.12	74.10	0.2245	0.563	0.044	0.316	0.025	1.26	0.10
31.11	73.83	0.2319	0.543	0.043	0.305	0.024	1.22	0.10
32.09	73.57	0.2392	0.353	0.033	0.199	0.019	0.794	0.074
33.57	73.19	0.2502	0.301	0.030	0.170	0.017	0.680	0.068
34.56	72.94	0.2576	0.282	0.029	0.160	0.017	0.637	0.066
35.55	72.69	0.2650	0.338	0.033	0.192	0.019	0.767	0.075
36.54	72.44	0.2724	0.306	0.031	0.174	0.018	0.696	0.071
38.02	72.08	0.2834	0.405	0.037	0.231	0.021	0.922	0.085
39.01	71.84	0.2908	0.462	0.040	0.264	0.023	1.06	0.09
39.99	71.61	0.2981	0.436	0.039	0.250	0.022	0.998	0.089
40.98	71.37	0.3055	0.482	0.041	0.277	0.024	1.11	0.09
41.97	71.14	0.3128	0.433	0.039	0.249	0.023	0.995	0.090
42.96	70.91	0.3202	0.567	0.045	0.327	0.026	1.31	0.11
43.95	70.69	0.3276	0.617	0.048	0.356	0.028	1.42	0.11
44.94	70.47	0.3350	0.547	0.045	0.316	0.026	1.26	0.10
45.94	70.24	0.3424	0.619	0.048	0.359	0.028	1.43	0.11
46.93	70.02	0.3498	0.607	0.047	0.353	0.028	1.41	0.11
47.92	69.80	0.3572	0.698	0.051	0.407	0.030	1.62	0.12
48.91	69.59	0.3646	0.639	0.049	0.372	0.028	1.49	0.11
53.89	68.53	0.4017	0.557	0.045	0.328	0.027	1.31	0.11
54.88	68.33	0.4191	0.492	0.042	0.291	0.025	1.16	0.10
55.88	68.12	0.4165	0.443	0.040	0.262	0.024	1.05	0.09
56.87	67.92	0.4239	0.473	0.041	0.280	0.025	1.12	0.10
57.87	67.72	0.4314	0.435	0.040	0.258	0.024	1.03	0.09
58.86	67.52	0.4387	0.493	0.042	0.294	0.025	0.117	0.100
59.86	67.22	0.4462	0.418	0.039	0.249	0.023	0.996	0.092
60.86	67.13	0.4537	0.413	0.038	0.247	0.023	0.988	0.092
61.85	66.93	0.4610	0.373	0.036	0.223	0.022	0.893	0.087
62.85	66.74	0.4685	0.353	0.035	0.212	0.021	0.848	0.085
63.85	66.54	0.4759	0.345	0.034	0.208	0.021	0.830	0.084
64.84	66.35	0.4833	0.308	0.033	0.185	0.020	0.742	0.079
65.84	66.16	0.4908	0.267	0.031	0.162	0.018	0.646	0.074
66.84	65.97	0.4982	0.231	0.028	0.140	0.017	0.559	0.068
67.83	65.78	0.5056	0.227	0.028	0.138	0.017	0.550	0.068

a) erreurs statistiques uniquement

Tableau 5. - Section efficace différentielle de diffusion élastique P-⁴He à 600 MeV

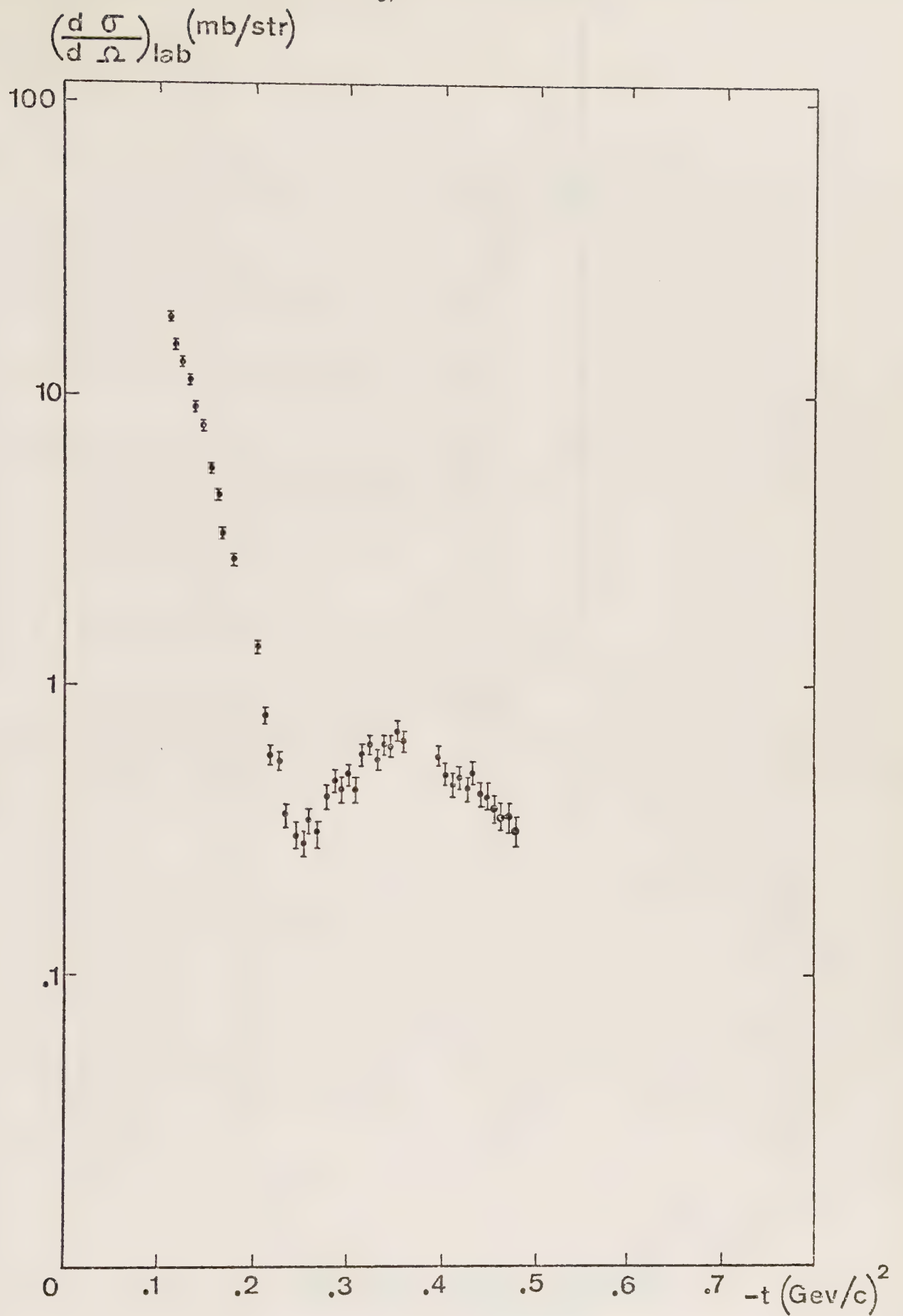


Figure 19. - Section efficace différentielle de diffusion élastique P-⁴He à 600 MeV
(Les barres d'erreur correspondent uniquement aux incertitudes statistiques).



Figure 20 - Récapitulatif des sections efficaces différentielles $p\text{-}^3\text{H}$, $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^4\text{He}$ à 600 MeV



Figure 21. - Comparaison entre notre expérience et celle de Boschitz et al. pour la diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ à 600 MeV

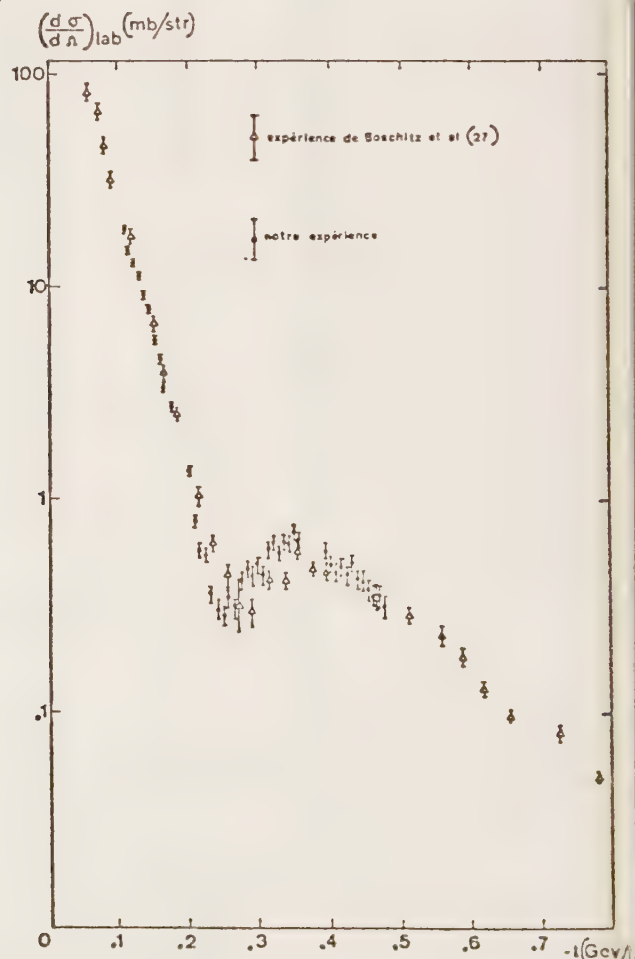


Figure 22. - Comparaison entre notre expérience et celle de Boschitz et al. pour la diffusion élastique $p\text{-}^4\text{He}$ à 600 MeV

Année	Etude expérimentale	Réf.	Accélérateur	Collaboration
1969	$p\text{-}^3\text{He}$ diffusion élastique $0.092(\text{GeV}/c)^2 < t < 0.69(\text{GeV}/c)^2$	(1) (37)	SC (600 MeV)	Clermont-Fd Lyon
1970	dissociation cohérente $p\text{-}^4\text{He}$ diffusion élastique $0.12(\text{GeV}/c)^2 < t < 0.51(\text{GeV}/c)^2$	37		
1971	dissociation cohérente $p\text{-}^2\text{H}$ diffusion élastique $0.0046(\text{GeV}/c)^2 < t < 0.088(\text{GeV}/c)^2$	(38) (16) (37)		
	interférence Coulomb-nucléaire $p\text{-}^3\text{H}$ diffusion élastique $0.079(\text{GeV}/c)^2 < t < 0.45(\text{GeV}/c)^2$	(1) (37)		
1972	dissociation cohérente $p\text{-}^6\text{Li}$ diffusion élastique $0.06(\text{GeV}/c)^2 < t < 0.31(\text{GeV}/c)^2$	(30) (31)		
1973	dissociation cohérente $p\text{-}^4\text{He}$ diffusion élastique $0.08(\text{GeV}/c)^2 < t < 0.72(\text{GeV}/c)^2$	(33) (34)	PS-hall Est (24 GeV)	Clermont-Fd Lyon Strasbourg
1974	production de N^*			
1975			PS-hall Sud (5 GeV)	Clermont-Fd Lyon Uppsala Varsovie
1976	$\pi\text{-}^4\text{He}$ diffusion élastique $0.01(\text{GeV}/c)^2 < t < 0.64(\text{GeV}/c)^2$	(35)		
	diffusion sur N^* préexistant			
1977	π diffusion élastique $k\text{-}p$ $0.002(\text{GeV}/c)^2 < t < 0.04(\text{GeV}/c)^2$	(36)	SPS-hall Ouest (40 à 200 GeV)	Clermont-Fd Lyon Uppsala Leningrad
	p interférence Coulomb-nucléaire			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tableau 6. - Développement des expériences utilisant la méthode de détection du "recul".

DEUXIEME PARTIE
Essai d'interprétation théorique

CHAPITRE II - 1.

DIFFUSION ÉLASTIQUE : APPROXIMATION DES HAUTES ÉNERGIES

FORMALISME DE DIFFUSION MULTIPLE DE GLAUBER

A) INTRODUCTION

Notre essai d'interprétation théorique est fondé sur le formalisme de Glauber⁽⁹⁾. Nous rappelons dans ce chapitre le point de départ de l'approximation des hautes énergies. Nous voyons tout d'abord comment des concepts de l'optique permettent de traiter la diffusion d'une particule de haute énergie sur un potentiel $U(r)$. Nous étendons ensuite le problème à celui de la diffusion sur une particule liée, puis sur un noyau. Nous introduisons alors l'hypothèse fondamentale, due à Glauber, de l'additivité des fonctions de déphasage des particules individuelles. Nous nous plaçons ensuite dans le cas particulier de notre travail : nous construisons ainsi l'amplitude de diffusion d'une particule de haute énergie sur un noyau à trois nucléons et nous exprimons, sous la forme la plus générale, les termes de diffusion simple $F_1(\vec{q})$, de diffusion double $F_2(\vec{q})$ et de diffusion triple $F_3(\vec{q})$.

B) DIFFUSION D'UNE PARTICULE SUR UN POTENTIEL $U(r)$

En mécanique classique, le problème du mouvement de deux points matériels, de masses m_1 et m_2 , qui interagissent l'un sur l'autre, se ramène à celui du mouvement d'un seul point, de masse réduite $m_r = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$, dans un potentiel $U(r)$ symétrique par rapport à l'origine immobile des coordonnées. La quantité de mouvement de la particule incidente, de vitesse v , peut s'écrire alors $k_r = m_r v$.

1. Fonction d'onde iconale

En optique (³⁹), la "fonction iconale" est définie comme étant soit le chemin optique L , soit la phase de l'onde $\phi = \phi_0 e^{ik(L-ct)}$ (où k est le nombre d'onde) : elle répond à l'équation $(\nabla L)^2 = n^2$ où n est l'indice de réfraction. De manière analogue, si nous considérons, en mécanique quantique, la diffusion d'une particule d'énergie E sur un potentiel d'amplitude U , la fonction iconale sera la phase η de l'onde $\psi(\vec{r}) = u(\vec{r}) e^{i\eta(\vec{r})}$: l'équation iconale s'écrivant alors $(\nabla \eta)^2 = (E - U)^2$. L'approximation iconale consiste à considérer que les variations spatiales du potentiel diffuseur (ou de l'indice de réfraction) sont faibles par rapport à la longueur d'onde λ de l'onde diffusée (ce qui correspond à l'approximation de l'optique géométrique) ; elle sera d'autant plus valable que la longueur d'onde associée à la particule sera petite, d'où son nom d'approximation des hautes énergies. Si a est la portée du potentiel diffuseur, nous devons avoir

$$\frac{U}{E} \ll 1, \quad k_r a \ll 1 \quad \text{avec} \quad k_r = \frac{1}{\lambda}$$

Dans le cas de la diffusion d'un proton de 600 MeV (dans le laboratoire) sur un nucléon au repos, les valeurs numériques sont les suivantes :

$E = 280$ MeV (énergie cinétique totale disponible dans le système centre de masse), $k_r \equiv k_{c.m.} = 531$ MeV/c, $a \approx 1$ fm, $U \approx 15$ MeV (évaluation d'essai), d'où

$$\frac{U}{E} \approx 0.05, \quad k_r a \approx 3 \quad \text{avec} \quad \chi \approx 0.37 \text{ fm.}$$

La première condition semble satisfaite malgré l'évaluation grossière de U , mais la deuxième condition indique que l'énergie choisie a une valeur limite inférieure (nous signalons toutefois que l'approximation des hautes énergies a parfois été utilisée avec un certain succès à des énergies plus faibles).

Nous choisissons alors une fonction d'onde d'essai différant peu d'une onde plane

$$\psi(\vec{r}) = e^{ik_r z} \cdot \phi(\vec{b}, z)$$

où $\vec{b}$ est la composante de $\vec{r}$ normale à la direction de propagation z .

Conformément à l'approximation iconale, ϕ varie lentement sur la distance χ et seules subsistent les dérivées du premier ordre : la résolution de l'équation de Schrödinger conduit très simplement à l'expression

$$\phi(\vec{b}, z) \approx \exp \left[-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^z U(\vec{b}, z') dz' \right]$$

Cette solution détermine la "fonction d'onde iconale".

Pour $z \geq a$,

$$\psi(\vec{r}) \approx e^{ik_r z} S(\vec{b}) \quad (4)$$

où

$$S(\vec{b}) = \exp \left[-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{\infty} U(\vec{b}, z') dz' \right]$$

Si U est réel, $S(\vec{b})$ est un simple facteur de phase, ce qui permet de définir une "fonction de déphasage" $\chi(\vec{b})$ telle que

$$S(\vec{b}) = e^{i\chi(\vec{b})} \quad \text{avec} \quad \chi(\vec{b}) = -\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{\infty} U(\vec{b}, z) dz.$$

Nous définissons maintenant une "fonction de profil" $\Gamma(\vec{b})$ qui diffère de zéro seulement pour $b \leq a$, en écrivant

$$\Gamma(\vec{b}) = 1 - S(\vec{b}) \quad (5)$$

2. Expression de l'amplitude de diffusion

Par analogie avec l'optique géométrique, l'équation (4) décrit la zone d'ombre près de l'obstacle. Pour représenter réellement une diffusion, la fonction d'onde doit avoir la forme asymptotique

$$\psi(r) \sim e^{ik_r z} + \frac{e^{ik_r r}}{r} f(k_r, \theta) \quad (6)$$

où $f(k_r, \theta)$ désigne l'amplitude de diffusion.

Une formule d'interpolation qui permet de passer de la forme (4) à la forme (6) est fournie par la théorie de la diffraction de Huygens-Fresnel. Celle-ci permet de relier la fonction d'onde au point d'observation $\vec{r}$ à la fonction d'onde sur un plan infini Σ perpendiculaire à la direction de propagation z , en utilisant les grandeurs définies sur la figure 23

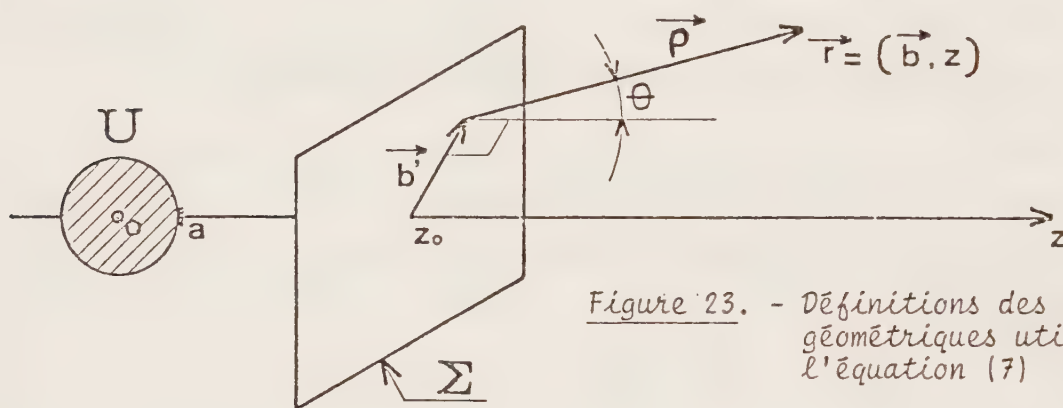


Figure 23. - Définitions des grandeurs géométriques utilisées dans l'équation (7)

Nous avons ainsi

$$\psi(r) = \frac{k_r}{2\pi i} \int_{\Sigma} \frac{e^{ik_r \rho}}{\rho} \cos \theta \left(1 + \frac{i}{k_r \rho}\right) \psi(\Sigma) d\Sigma \quad (7)$$

En portant le plan Σ à la distance $z_0 = a$ du centre du potentiel diffuseur, les expressions (4) et (5) permettent d'écrire

$$\psi(\Sigma) = e^{ik_r z_0} - \Gamma(\vec{b}') e^{ik_r z_0} \quad (8)$$

En se plaçant à un point d'observation très éloigné, le deuxième terme de l'expression (8), porté dans l'équation (7), permet, en négligeant $\frac{1}{k_r \rho}$ devant 1, et en considérant θ constant, de définir une onde diffusée

$$\psi_{\text{diff.}}(\vec{b}, z) = \frac{i k_r}{2\pi} \cdot \cos \theta \cdot e^{ik_r z_0} \int_{|\vec{b}'| \leq a} \frac{e^{ik_r \rho}}{\rho} \Gamma(\vec{b}') d^{(2)}\vec{b}' \quad (9)$$

Si nous nous limitons aux petits angles de diffusion, nous pouvons assimiler $\cos \theta$ à 1 et par un calcul d'approximation simple, écrire

$$\frac{e^{ik_r \rho}}{\rho} \approx \frac{e^{ik_r r}}{r} e^{-ik_r z_0} e^{-i\vec{k}'_r \cdot \vec{b}'}$$

où $\vec{k}'_r$ est la quantité de mouvement de la particule diffusée ($|\vec{k}'_r| = |\vec{k}_r|$). En portant cette approximation dans l'équation (9), nous obtenons l'expression de l'amplitude de diffusion

$$f(\vec{k}_r, \theta) = \frac{i k_r}{2\pi} \int \Gamma(\vec{b}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} d^{(2)} \vec{b} \quad (10)$$

où $\vec{q} = \vec{k}_r - \vec{k}'_r$ est la quantité de mouvement transférée.

L'amplitude de diffusion s'exprime donc simplement par la transformée de Fourier de la fonction de profil et la transformation inverse donne

$$\Gamma(\vec{b}) = \frac{1}{2\pi i k_r} \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} f(\vec{q}) d^{(2)} \vec{q}$$

Nous avons ici le résultat de base du problème de la diffusion élastique aux petits angles de diffusion et à haute énergie.

A ce stade, nous sommes amenés à faire plusieurs remarques :

1. Nous avons noté $k_r = k_{c.m.}$; cela signifie que l'expression (10) représente l'amplitude de diffusion élastique de la particule incidente sur la particule cible dans le système centre de masse des deux particules. Il sera souvent intéressant de passer au système laboratoire, en particulier lorsqu'il faudra écrire la fonction d'onde du système cible au repos pour éviter les distorsions provoquées par les effets relativistes. Le passage du système centre de masse au système laboratoire est extrêmement simple aux petits angles de diffusion. Franco et Glauber (⁴⁰) ont montré que la transformation de Lorentz a sensiblement le même effet sur k et sur f et n'affecte pas la composante transverse de la quantité de mouvement

$$\frac{f_{lab}}{f_{c.m.}} \approx \frac{k_{lab}}{k_{c.m.}}$$

$$(\vec{k}_{lab} - \vec{k}'_{lab}) \cdot \vec{b} = (\vec{k}_{c.m.} - \vec{k}'_{c.m.}) \cdot \vec{b} = \vec{q} \cdot \vec{b}$$

Il suffit, pour exprimer f , d'affecter k de l'indice correspondant au système de référence choisi et de considérer q^2 comme le carré du quadrimoment de

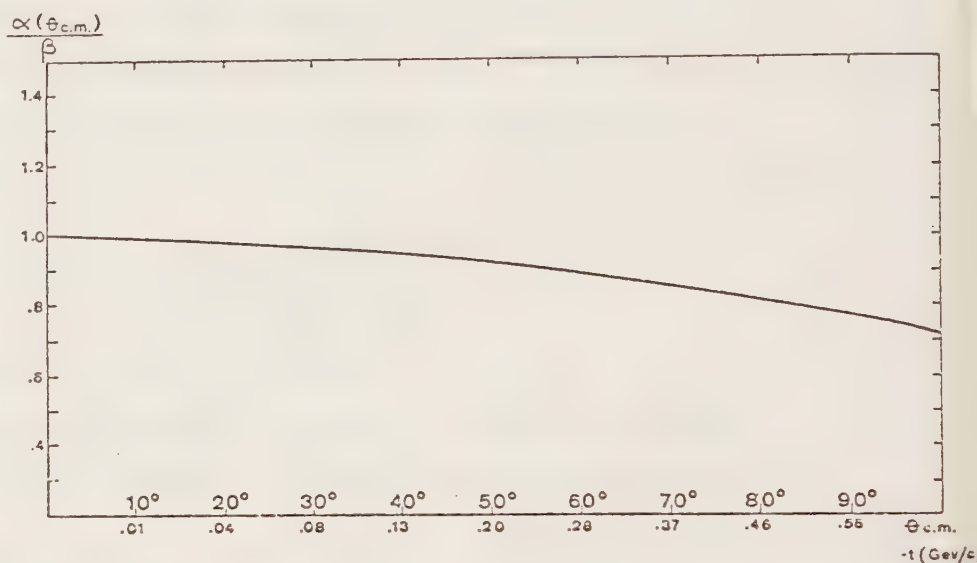
transfert noté $-t$. Dans les expériences décrites ici, nous mesurons l'énergie cinétique de recul E_R de la particule cible et nous avons la relation simple

$$q^2 \equiv -t = -2 m_2 E_R$$

En réalité, $\frac{f_{lab}}{f_{c.m.}} = \alpha(\theta_{c.m.})$ et $\frac{k_{lab}}{k_{c.m.}} = \beta$ avec $\alpha(0) = \beta$.

Nous portons sur la figure 24 la courbe de variation du rapport $\frac{\alpha(\theta_{c.m.})}{\beta}$ en fonction de $\theta_{c.m.}$.

Figure 24.- Passage du système centre de masse au système laboratoire : variation du rapport de la transformation des amplitudes à celle des quantités de mouvement, en fonction de l'angle de diffusion.



Nous constatons qu'il est indispensable, à 600 MeV, d'utiliser la transformation exacte $\alpha(\theta_{c.m.})$: aux quadrimoments de transfert mesurés, la correction ainsi apportée à l'amplitude f_{lab} peut dépasser 20 %. Par contre, à 24 GeV, énergie à laquelle nous avons étudié par ailleurs la diffusion p - ^4He , la correction est inutile, car le domaine angulaire est beaucoup plus restreint.

2. Ecrivons $\vec{r} = \vec{b} + z\vec{K}$, avec $\vec{K} = (\vec{k}' + \vec{k}) / (|\vec{k}' + \vec{k}|)$. Pour un potentiel à symétrie axiale, l'amplitude de diffusion aux petits angles devient :

$$f(\theta) = \frac{k}{i} \int_0^\infty J_0(2kb \sin \frac{\theta}{2}) [e^{i\chi(b)} - 1] b db$$

(J_0 : fonction de Bessel de 1ère espèce, d'ordre 0).

Cette relation est voisine de la formulation en ondes partielles

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell + 1) [e^{2i\delta_{\ell}} - 1] P_{\ell}(\cos \theta)$$

L'utilisation de l'approximation

$$P_\ell(\cos \theta) \approx J_0 \left[2\left(\ell + \frac{1}{2}\right) \sin \frac{\theta}{2} \right] + \dots$$

permet alors d'établir la correspondance intéressante

$$\begin{aligned} kb &\longleftrightarrow \ell + \frac{1}{2} \\ \chi(\vec{b}) &\longleftrightarrow 2 \delta_\ell \\ \sum_\ell &\longleftrightarrow \int db \end{aligned}$$

Nous voyons ainsi que la somme sur les moments angulaires devient une intégrale sur les paramètres d'impact.

C) DIFFUSION D'UNE PARTICULE SUR UNE PARTICULE LIÉE

Glauber (⁹) a traité le problème de la diffusion sur une particule liée. Les approximations utilisées correspondent à des collisions pour lesquelles la quantité de mouvement transférée est faible (petits angles de diffusion). Par ailleurs, dans le système du laboratoire, la vitesse v_c de la particule cible doit être petite comparée à la vitesse v de la particule incidente. Dans ces conditions, l'expression de l'amplitude de diffusion prend la forme

$$F_{fi}(\vec{k}', \vec{k}) = \frac{k}{2\pi i} \int e^{i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{b}} \left\{ \mathcal{U}_f^*(\vec{r}_0) \left[e^{i\chi(\vec{b}-\vec{s})} - 1 \right] \mathcal{U}_i(\vec{r}_0) d\vec{r}_0 \right\} d^{(2)}\vec{b}$$

avec

- $\mathcal{U}_{f,i}$: fonctions d'onde décrivant les états final et initial de la cible ;
- $\vec{r}_0$: vecteur position de la particule cible ;
- $\vec{s} = \vec{r}_0 - \vec{k} \cdot (\vec{k} \cdot \vec{r}_0)$: composante de $\vec{r}_0$ perpendiculaire à $\vec{k}$.

Pour des états liés à symétrie axiale, Glauber signale que le mouvement de la cible entraîne une correction sur le calcul de la section efficace de l'ordre de v_c^2/v^2 . A l'énergie incidente de 600 MeV, l'influence, sur la section efficace, du mouvement de Fermi des nucléons dans les noyaux cibles,

sera inférieure à 1 ou 2 pour cent. Glauber signale aussi une correction angulaire en θ^2 , mais ce problème ne semble pas encore résolu.

D) DIFFUSION POUR UN SYSTÈME COMPOSÉ DE PLUSIEURS PARTICULES

Glauber étend le traitement précédent à un noyau composé de A nucléons. Il effectue simplement les opérations suivantes :

1°) La fonction d'onde d'une particule unique est remplacée par celle du système composé

$$U(\vec{r}_0) \rightarrow U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)$$

2°) Si la particule incidente interagit avec les particules cibles au moyen de forces à deux corps, la fonction de déphasage, par analogie avec l'optique, est supposée égale à la somme des fonctions de déphasage des particules individuelles

$$\chi(\vec{b} - \vec{s}) \rightarrow \sum_{j=1}^A \chi_j(\vec{b} - \vec{s}_j)$$

La relation fondamentale est alors la suivante

$$F_{f_i}(\vec{k}', \vec{k}) = \frac{k}{2\pi i} \int e^{i(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{b}} d^{(2)}\vec{b} \int U_f^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \left[e^{i \sum_{j=1}^A \chi_j(\vec{b} - \vec{s}_j)} - 1 \right] U_i(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \prod_j d\vec{r}_j \quad (11)$$

et nous définissons la fonction de profil totale

$$\Gamma_A(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) = 1 - \prod_{j=1}^A \{1 - \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j)\} = -e^{i \sum_{j=1}^A \chi_j(\vec{b} - \vec{s}_j)} + 1$$

avec

$$\Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j) = \frac{1}{2\pi i k} \int e^{-i\vec{q}_j(\vec{b} - \vec{s}_j)} \cdot f_j(\vec{q}_j) d^{(2)}\vec{q}_j$$

où $f_j(\vec{q}_j)$ est l'amplitude de diffusion sur le $j^{\text{ième}}$ nucléon.

Nous faisons maintenant les remarques suivantes :

1. La relation (11) représentera la diffusion sur un noyau à condition de fixer le centre de gravité de celui-ci à l'origine. Pour faire apparaître cette contrainte, écrivons la fonction d'onde du noyau cible sous la forme

$$\mathcal{U}(\{\vec{r}_j\}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \cdot e^{i\vec{k}_G \cdot \vec{R}} \cdot \phi(\{\vec{r}_j\})$$

où $\vec{R} = \frac{1}{A} \sum_j \vec{r}_j$ est le vecteur position du centre de gravité et $\vec{k}_G$ sa quantité de mouvement. La fonction ϕ est la fonction d'onde interne (fonction d'onde dans le système au repos du centre de masse du noyau). Dans ces conditions, comme l'a montré Glauber (9), nous arrivons à l'expression de l'amplitude de diffusion

$$F_{fi} = \frac{k}{2\pi i} \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} \int \phi_f^*(\{\vec{r}_j\}) \left[e^{i \sum_{j=1}^A \chi_j(\vec{b} - \vec{s}_j)} - 1 \right] \phi_i(\{\vec{r}_j\}) \delta\left(\frac{1}{A} \sum_n \vec{r}_n\right) \prod_m d\vec{r}_m d^{(2)}\vec{b} \quad (12)$$

2. L'expression (12) peut être interprétée comme un développement en termes de diffusion multiple qui s'arrête à l'ordre A. La théorie de Glauber exclut donc la rediffusion sur un même nucléon qui exigerait au moins une diffusion à grand angle, or, nous utilisons l'approximation des petits angles, physiquement justifiée à haute énergie.

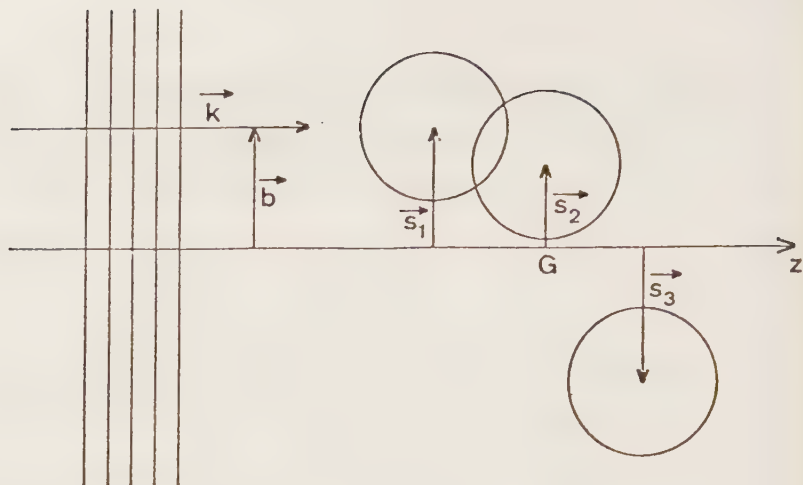
3. Les états $\mathcal{U}_f$ et $\mathcal{U}_i$ peuvent dépendre des spins des nucléons, de même que la fonction de profil totale r_A , mais nous n'introduisons pas, pour l'instant, de notation explicite de cette dépendance.

4. Tout le traitement précédent se déduit de la résolution de l'équation de Schrödinger d'après certaines hypothèses simplificatrices. L'approximation des hautes énergies de Glauber peut se justifier de la même manière à partir d'une équation d'onde relativiste. L'additivité des fonctions de déphasage restera valable et ce sera le résultat fondamental.

E) APPLICATION À UN NOYAU À TROIS NUCLÉONS

Pour un noyau à trois nucléons, la situation est représentée par la figure 25 :

Figure 25. - Définition du paramètre d'impact $\vec{b}$ et des composantes transverses $\vec{s}_1$, $\vec{s}_2$ et $\vec{s}_3$ des positions des centres des nucléons.



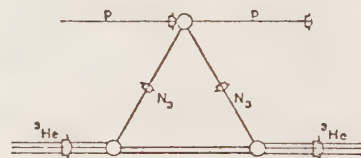
et la fonction de profil s'écrit comme suit :

$$\Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{s}_3) = \sum_{j=1}^3 \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j) - \sum_{j>k} \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j) \Gamma_k(\vec{b} - \vec{s}_k) + \Gamma_3(\vec{b} - \vec{s}_3) \Gamma_2(\vec{b} - \vec{s}_2) \Gamma_1(\vec{b} - \vec{s}_1)$$

Nous voyons apparaître une décomposition en termes dits de "diffusion multiple" que nous pouvons illustrer par des graphes :

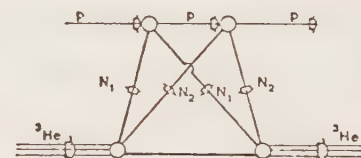
- Un terme de diffusion simple $F_1(\vec{q})$

associé à $\sum \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j)$



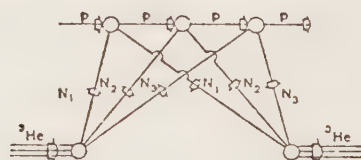
- Un terme de diffusion double $F_2(\vec{q})$

associé à $\sum \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j) \Gamma_k(\vec{b} - \vec{s}_k)$



- Un terme de diffusion triple $F_3(\vec{q})$

associé à $\Gamma_3(\vec{b} - \vec{s}_3) \Gamma_2(\vec{b} - \vec{s}_2) \Gamma_1(\vec{b} - \vec{s}_1)$



l'amplitude de diffusion proton-noyau s'écrivant sous la forme

$$F(\vec{q}) = F_1(\vec{q}) - F_2(\vec{q}) + F_3(\vec{q})$$

où le terme de diffusion double intervient en interférence destructrice.

Dans tous nos calculs, nous considérerons que, dans le noyau cible, proton p et neutron n sont deux états d'isospin d'un même nucléon N et nous écrirons la fonction d'onde ψ du noyau comme le produit d'une fonction de spin-

isospin et d'une fonction d'espace. Dans ces conditions, nous considérons tous les Γ_j comme un même opérateur et nous faisons la moyenne de l'amplitude de diffusion particule incidente-noyau sur toutes les positions et tous les états d'isospin des nucléons cibles. En portant sur les opérateurs Γ les indices adoptés dans le calcul numérique, nous exprimons ainsi les termes de diffusion multiple par

$$F_1(\vec{q}) = 3 \frac{ik}{2\pi} \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} d^{(2)}\vec{b} < \psi_f^* | \Gamma_3 | \psi_i > \quad (13)$$

$$F_2(\vec{q}) = 3 \frac{ik}{2\pi} \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} d^{(2)}\vec{b} < \psi_f^* | \Gamma_2 \Gamma_1 | \psi_i > \quad (14)$$

$$F_3(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} d^{(2)}\vec{b} < \psi_f^* | \Gamma_3 \Gamma_2 \Gamma_1 | \psi_i > \quad (15)$$

Le calcul de la section efficace différentielle de diffusion élastique proton-noyau est possible si nous savons évaluer la fonction d'onde du noyau cible et les amplitudes de diffusion nucléon-nucléon. C'est à cette étude que nous allons procéder.

CHAPITRE II - 2.

TRAITEMENT SIMPLIFIÉ DE LA DIFFUSION MULTIPLE p-NOYAU

APPLICATION À p-³H, p-³He ET p-⁴He

A) INTRODUCTION

La description du noyau-cible par une fonction d'onde élémentaire et l'utilisation d'une amplitude nucléon-nucléon simplement gaussienne et indépendante des spins conduisent déjà à des renseignements fondamentaux sur le comportement de la diffusion élastique proton-noyau à haute énergie. Nous effectuons dans ce chapitre une étude simplifiée qui permet toutefois d'aborder une analyse critique de la valeur des paramètres très importants tels que section efficace totale nucléon-nucléon, rapport "partie réelle/partie imaginaire" de l'amplitude nucléon-nucléon et rayon nucléaire.

B) EXPRESSION DES TERMES DE DIFFUSION MULTIPLE

1. Amplitude proton-nucléon

A haute énergie, la section efficace différentielle de diffusion élastique proton-proton peut être représentée par une fonction exponentielle décroissante du module du carré du quadrimoment de transfert

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \alpha \cdot e^{-\beta_p^2 |t|}$$

Il est donc assez naturel d'adopter pour l'amplitude de diffusion élastique proton-proton la forme paramétrisée suivante qui satisfait au théorème optique

$$f_p = \frac{k \sigma_p}{4\pi} (i + \rho_p) e^{-\beta_p^2 |t|/2} \quad (16)$$

où σ_p est la section efficace totale p-p et ρ_p le rapport partie réelle/partie imaginaire de l'amplitude. ρ_p peut être obtenu, à quadrimoment de transfert nul, en utilisant, par exemple, des relations de dispersion, et nous le considérons, ici, comme indépendant de l'angle de diffusion, ce qui sera discuté plus loin.

Nous écrivons l'amplitude proton-neutron sous la forme équivalente

$$f_n = \frac{k \sigma_n}{4\pi} (i + \rho_n) e^{-\beta_n^2 |t|/2}$$

Grâce à ces choix très simples, la fonction de profil $r_{p(n)}$ est aisément calculable

$$r_{p(n)}(b) = \frac{\sigma_{p(n)}(1 - i\rho_{p(n)})}{4\pi \beta_{p(n)}^2} e^{-b^2/2\beta_{p(n)}^2}$$

2. Fonction d'onde du noyau

Supposons que les A nucléons (A=3 pour ^3He et ^3H , ou A=4 pour ^4He) sont indépendants et dans l'état 1s de l'oscillateur harmonique. La fonction de densité de chaque nucléon s'écrit

$$\rho(r_i) = \left(\frac{1}{\pi R^2}\right)^{3/2} e^{-r_i^2/R^2}$$

d'où, pour la fonction d'onde ψ :

$$\psi^* \psi = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi} R}\right)^{3A} \prod_{i=1}^A (e^{-r_i^2/R^2}) \quad (17)$$

3. Amplitude proton-noyau

Appliquons la relation (12) à ce modèle simplifié. Gartenhaus et Schwartz (41) ont montré que la fonction delta peut être éliminée, dans le cas de fonctions d'onde d'oscillateur harmonique, en conservant l'expression (12) sous la même forme, mais en multipliant l'amplitude de diffusion par le facteur $e^{|t|R^2/4A}$. L'intégration sur tous les $\vec{r}_i$ conduit au résultat

$$F_{ij}(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} e^{\frac{|t|R^2}{4A}} \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{B}} \left\{ 1 - \prod_{i=1}^A \left[1 - \frac{\sigma_i(1-i\rho_i) \exp(-\frac{b^2}{R^2+2\beta_i^2})}{2\pi(R^2+2\beta_i^2)} \right] \right\} d^{(2)}\vec{B} \quad (18)$$

Nous donnons, dans l'appendice A, les expressions des amplitudes de diffusion simple F_1 , double F_2 et triple F_3 , dans le cas des noyaux à trois nucléons ^3H et ^3He .

Dans le cas où nous ne voulons pas manifester la différence entre proton et neutron, il est possible de représenter l'amplitude de diffusion élastique proton-noyau par la série

$$F_{ii}(\vec{q}) = \frac{i k}{2} e^{\frac{|t|R^2}{4A}} (R^2 + 2\beta^2)^{-1} \sum_{m=1}^A \binom{A}{m} \frac{(-1)^{m+1}}{m} \left[\frac{\sigma(1-i\rho)}{2\pi(R^2 + 2\beta^2)} \right]^m \cdot \exp \left[- \frac{(R^2 + 2\beta^2)}{4m} q^2 \right] \quad (19)$$

où n'apparaissent plus explicitement les indices n et p. Les valeurs successives de m donnent les différents ordres de la diffusion multiple.

L'expression (19) est très simplifiée, mais son analyse conduit à des résultats fondamentaux que nous illustrons (figure 26) par l'application numérique faite sur $p\text{-}^3\text{He}$ à 600 MeV (toutes les courbes sont obtenues avec $\sigma = 37$ mb et $\beta^2 = 2.5 (\text{GeV}/c)^2$, valeurs moyennes données à 600 MeV) :

1. Le terme de diffusion simple ne doit pas être utilisé seul, même à faible quadriment de transfert (courbes (a), 1, figure 26).

2. Le terme de diffusion double vient en interférence destructrice et provoque un minimum (courbe (a), 1+2, figure 26) dans la courbe de section efficace différentielle.

3. Le terme de diffusion triple a une influence très légère à faible quadriment de transfert, mais devient notable à l'approche du premier minimum où il ne faudra pas le négliger (courbe (a), 1+2+3, figure 26). Son interférence avec le terme de diffusion double ferait apparaître un deuxième minimum à un quadriment de transfert plus élevé (non porté sur la figure).

4. Le premier minimum de la section efficace différentielle correspond à un quadriment de transfert donné par la relation approchée, déduite de (19),

$$|t|_{\min} \approx \frac{8}{R^2 + 2\beta^2} \text{Log} \left[\frac{8\pi(R^2 + 2\beta^2)}{(A-1)\sigma} \right] \quad (20)$$

Comme $\beta^2 \ll R^2$, nous voyons que R joue un rôle prépondérant dans la position du premier minimum (courbes (b), figure 26).

5. L'influence de la valeur de ρ , partie réelle/partie imaginaire de l'amplitude de diffusion proton-nucléon est extrêmement importante sur la valeur de la section efficace au premier minimum (courbes (c), figure 26).

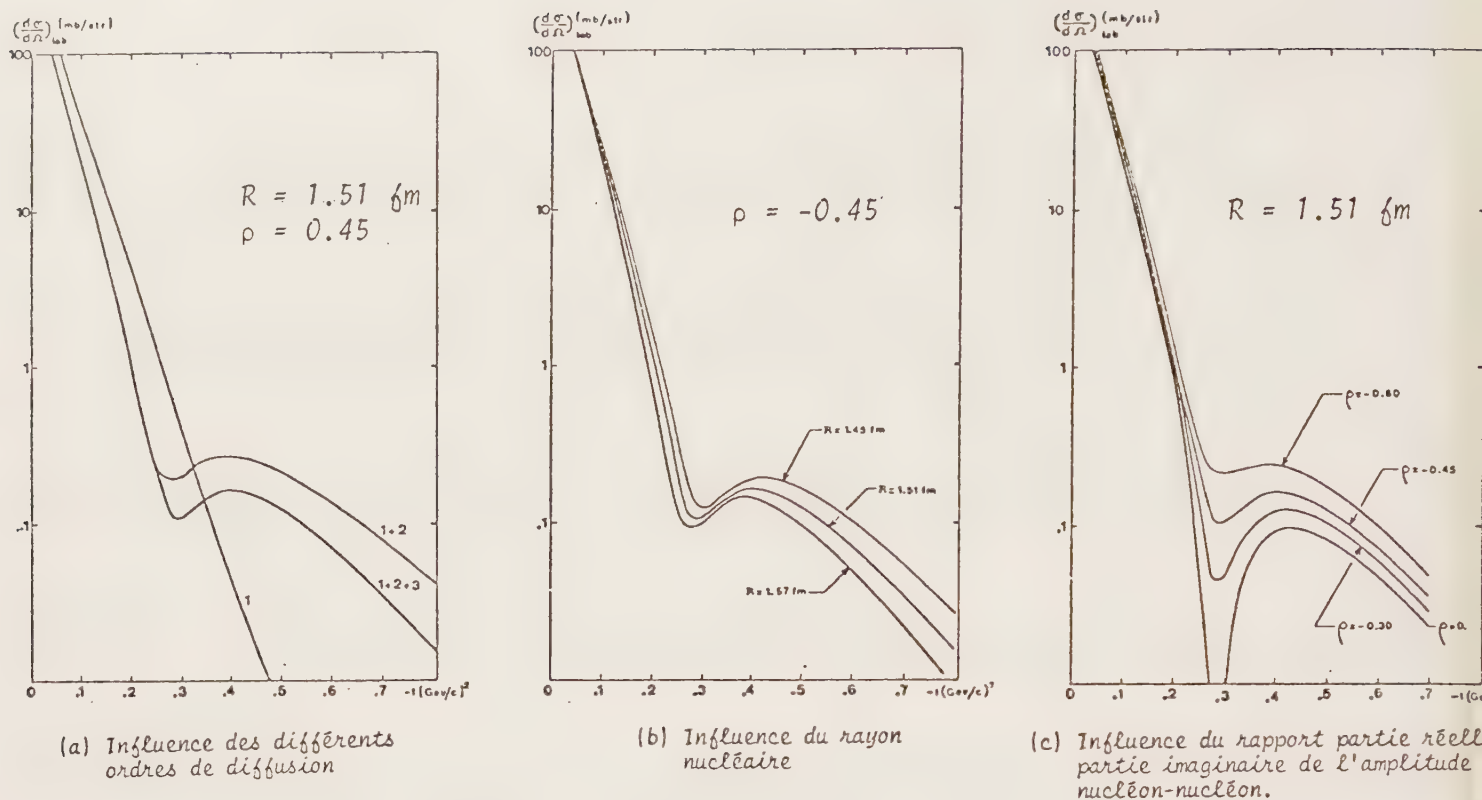


Figure 26.

La forme de ces courbes est maintenant bien connue, mais il est important de savoir si nous pouvons attribuer, aux divers coefficients, des valeurs qui soient physiquement réalistes et qui conviennent pour l'étude de plusieurs noyaux.

C) CHOIX DES VALEURS DES COEFFICIENTS $\beta_{p(n)}$, $\rho_{p(n)}$, $\sigma_{p(n)}$

I. Utilisation des données expérimentales

a) Section efficace totale nucléon-nucléon

Dans le domaine d'énergie de 400 à 800 MeV (énergie cinétique du proton incident dans le système laboratoire), la variation de la section efficace totale nucléon-nucléon en fonction de l'énergie est importante. Nous avons porté sur la figure 27, les données compilées par le "Particle Data Group" de Berkeley (⁴²) complétées par les résultats obtenus par Schwaller et al. (⁴³) pour p-p et Mischke et al. (⁴⁴) pour n-p.

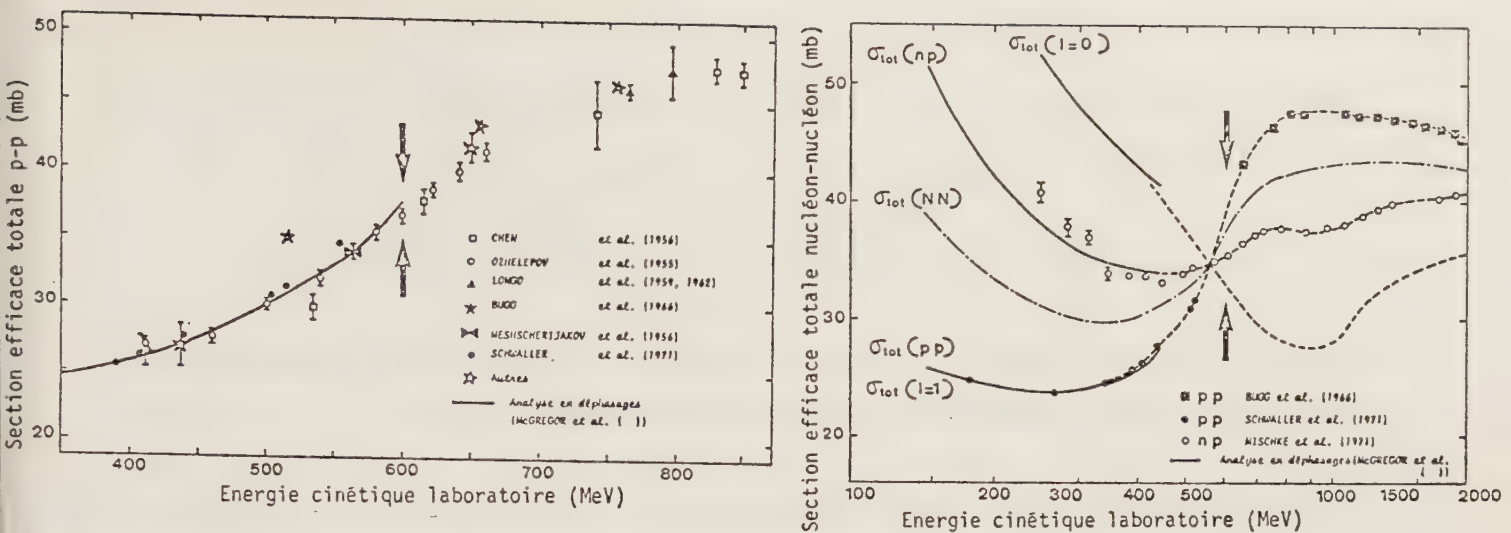


Figure 27. - Sections efficaces totales nucléon-nucléon en fonction de l'énergie.

Nous pouvons attribuer, à 600 MeV, les valeurs suivantes à σ_p et σ_n :

$$\sigma_p = (37.0 \pm 0.5) \text{ mb}$$

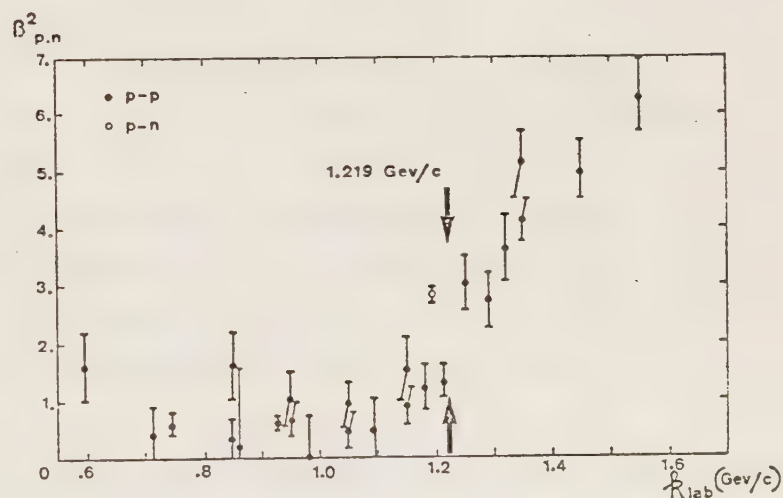
$$\sigma_n = (36.0 \pm 0.5) \text{ mb}$$

b) Coefficient de pente de l'amplitude nucléon-nucléon :

Nous avons porté sur la figure (28) les valeurs des paramètres de pente β_p^2 et β_n^2 compilées par le groupe de Berkeley (42) et par Lasinski et al. (45). Les valeurs des paramètres ont été ajustées d'après la loi

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0} e^{-\beta^2 |t|}$$

Figure 28. - Variation du coefficient de pente de l'amplitude nucléon-nucléon en fonction de la quantité de mouvement.



Aucun résultat n'est cité à 1.219 GeV/c, quantité de mouvement correspondant à notre étude. Si la valeur de β_p^2 peut s'obtenir assez facilement par interpolation, il n'en est pas de même de la valeur de β_n^2 , en raison du manque de

données expérimentales. Compte tenu du passage de $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ à $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, nous adoptons les valeurs suivantes

$$\beta_p^2 = (2.1 \pm 0.4)(\text{GeV}/c)^2$$

$$\beta_n^2 \approx 2.8(\text{GeV}/c)^{-2}$$

Il est difficile d'évaluer une incertitude sur la valeur de β_n^2 , puisque nous utilisons un seul point expérimental, à 1.2 GeV/c.

c) Rapport partie réelle/partie imaginaire de l'amplitude nucléon-nucléon

Les résultats récents obtenus par Vorobyov et al. (46) pour p-p sont en bon accord avec les prédictions théoriques basées sur les relations de dispersion (47 48). Nous avons porté ces résultats sur la figure 29. La théorie nous fournit

les résultats

$$\rho_p = 0.38 \quad ; \quad \rho_n = -0.24$$

d'après les relations de dispersion (47, 48)

Les résultats expérimentaux plus anciens de Dutton et al. (49) sont en désaccord avec la théorie, mais nous citons les valeurs obtenues

$$\rho_p = \rho_n = -0.5 \pm 0.2$$

d'après Dutton et al (49)

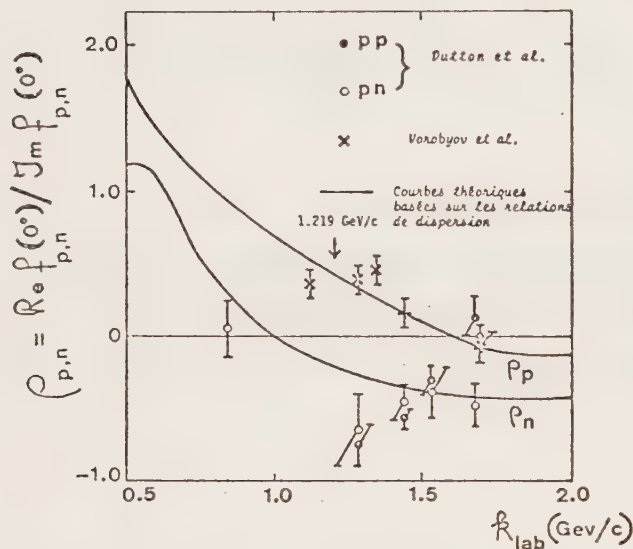


Figure 29.- Variation du rapport partie réelle/partie imaginaire de l'amplitude nucléon-nucléon.

La nécessité d'obtenir des résultats sur p-n à 600 MeV nous a conduit à réaliser l'expérience de diffusion élastique p-d, et à mesurer la section efficace différentielle dans la gamme des quadrimoments de transfert correspondant à la zone d'interférence Coulomb-nucléaire (22). L'analyse des résultats expérimentaux nous permet de proposer, à quadrimoment de transfert nul, la valeur

$$\rho_n(0) = 0.20 \pm 0.10$$

d'après p-d à 600 MeV

Cependant, nous montrons que cette valeur ne peut pas convenir à tout quadrimoment de transfert, ce que l'analyse en déphasages confirme.

II. Utilisation des analyses en déphasages

Dans un chapitre qui suit, nous décrivons la diffusion nucléon-nucléon avec les cinq amplitudes de Wolfenstein qui tiennent compte des spins et des isospins des nucléons. Nous faisons l'application numérique avec deux séries de déphasages données respectivement par McGrégor et al. (^{6 7}) et Bilen'Kaya et al. (⁸). Les résultats obtenus pour les sections efficaces différentielles de diffusion élastique (les cinq amplitudes incluses) sont portés sur la figure 41. La comparaison avec les points expérimentaux est très satisfaisante si nous utilisons les déphasages de McGrégor et al. ; nous avons ajusté chacune des courbes correspondantes par une exponentielle en faisant varier la valeur maximale $t_{\max}$ du carré du quadrimoment de transfert; en prenant comme critère le respect du théorème optique, nous obtenons ainsi différentes valeurs des coefficients de pente β_p^2 et β_n^2 et des rapports ρ_p et ρ_n portées dans le tableau ci-dessous.

$ t _{\max} (\text{GeV}/c)^{+2}$	0.01	0.1	0.2	0.3
$\beta_p^2 (\text{GeV}/c)^{-2}$	3.1	2.7	2.5	2.4
$ \rho_p $	0.17	0.15	0.12	0.07
$\beta_n^2 (\text{GeV}/c)^{-2}$	6.6	5.2	4.0	3.4
$ \rho_n $	0.39	0.36	0.26	0.14

Nous voyons ainsi clairement que le choix d'une exponentielle est problématique.

D'autre part, B. Jargeaix (¹⁶) a utilisé les déphasages de McGrégor et al. pour calculer la section efficace différentielle de diffusion élastique p-d à 600 MeV, dans la zone d'interférence coulomb-nucléaire. La courbe théorique obtenue est portée sur la figure 30, où nous constatons un très bon accord avec les résultats expérimentaux.

Si nous limitons l'amplitude de diffusion nucléon-nucléon au seul terme, a , indépendant des spins, nous obtenons, à transfert nul et avec les déphasages de McGrégor et al. (figure 40), les valeurs :

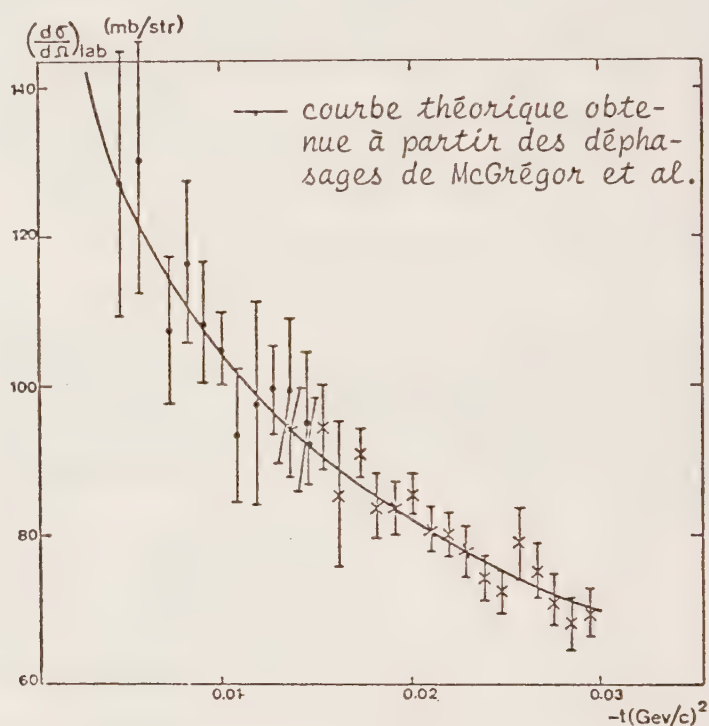
$$\frac{R_e a_p(0^\circ)}{I_m a_p(0^\circ)} = 0.11$$

$$\frac{R_e a_n(0^\circ)}{I_m a_n(0^\circ)} = -0.17$$

(valeur en accord avec celle de $\rho_n(0)$ obtenue d'après p-d à 600 MeV).

La variation rapide du rapport $R_e a(t)/I_m a(t)$ en fonction du quadri-moment de transfert (figure 40) montre qu'il n'est pas réaliste d'attribuer à ρ_p la valeur de 0.11 et à ρ_n la valeur de -0.17 pour tout quadrimoment de transfert.

Figure 30. - Section efficace différentielle de diffusion élastique p-d à 600 MeV.



Les valeurs utilisables sont donc très dispersées et ceci pour deux raisons essentielles : d'une part, les résultats expérimentaux sont encore peu nombreux à 600 MeV, et d'autre part, une bonne analyse théorique ne permet pas de représenter l'amplitude de diffusion nucléon-nucléon par une simple exponentielle en t .

D) APPLICATION À $p\text{-}^3\text{H}$, $p\text{-}^3\text{He}$ ET $p\text{-}^4\text{He}$

Nous avons vu le rôle prépondérant de la valeur de R dans la position du premier minimum de la courbe de section efficace différentielle de diffusion élastique proton-noyau (équation 20). Tous les autres coefficients étant fixés, nous ajustons, chaque fois, la valeur de ce "rayon nucléaire", de façon à reproduire la position expérimentale du premier minimum.

Dans une première étape, prenons comme valeurs de β , σ et ρ celles qui sont citées dans le paragraphe précédent. Nous obtenons ainsi les courbes données dans la figure 31.

Dans une deuxième étape, considérons tous les coefficients comme des paramètres libres et essayons de reproduire, au mieux, avec le même ensemble de paramètres nucléon-nucléon ajustés, les différentes courbes expérimentales $p\text{-}^3\text{H}$, $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^4\text{He}$. Les figures 32, 33, 34 et 35 montrent les résultats obtenus. Ces calculs conduisent aux remarques suivantes :

1. Le choix des paramètres reste toujours assez arbitraire.
2. Les courbes représentent assez bien l'allure générale des résultats expérimentaux, mais il subsiste quelques divergences. En particulier :

- il n'y a pas accord en général pour $p\text{-}^3\text{He}$, entre la courbe théorique et les points expérimentaux pour les carrés des quadrimoments de transfert inférieurs à 0.14 (GeV/c)^2 ;

- le second maximum, pour $p\text{-}^4\text{He}$, est mal représenté. Ceci peut être corrigé en choisissant une fonction d'onde avec un coeur répulsif.

$$\boxed{\psi^* \psi = N \prod_{i=1}^4 \left[\exp(-\alpha^2 r_i^2) - C \exp(-\gamma^2 r_i^2) \right]} \quad (21)$$

L'expression de l'amplitude de diffusion élastique, pour une telle fonction, a été donnée par Chou (⁵⁰). Nous obtenons ainsi le résultat porté sur la figure 34 .

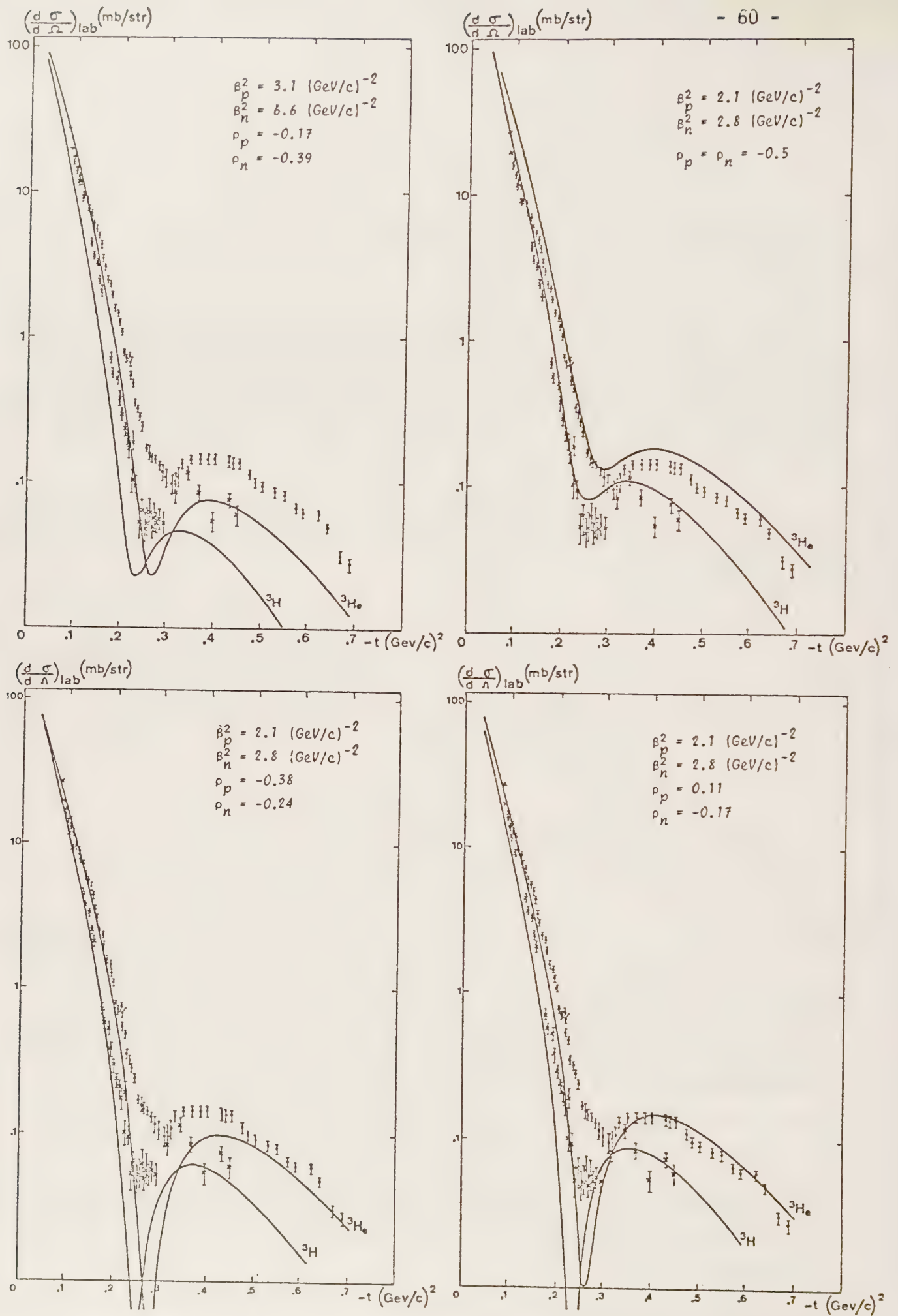


Figure 31. - Sections efficaces différentielles théoriques de diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^3\text{H}$ à 600 MeV. Les différents ensembles de valeurs des paramètres sont cités dans le texte. Comparaison avec les points expérimentaux.

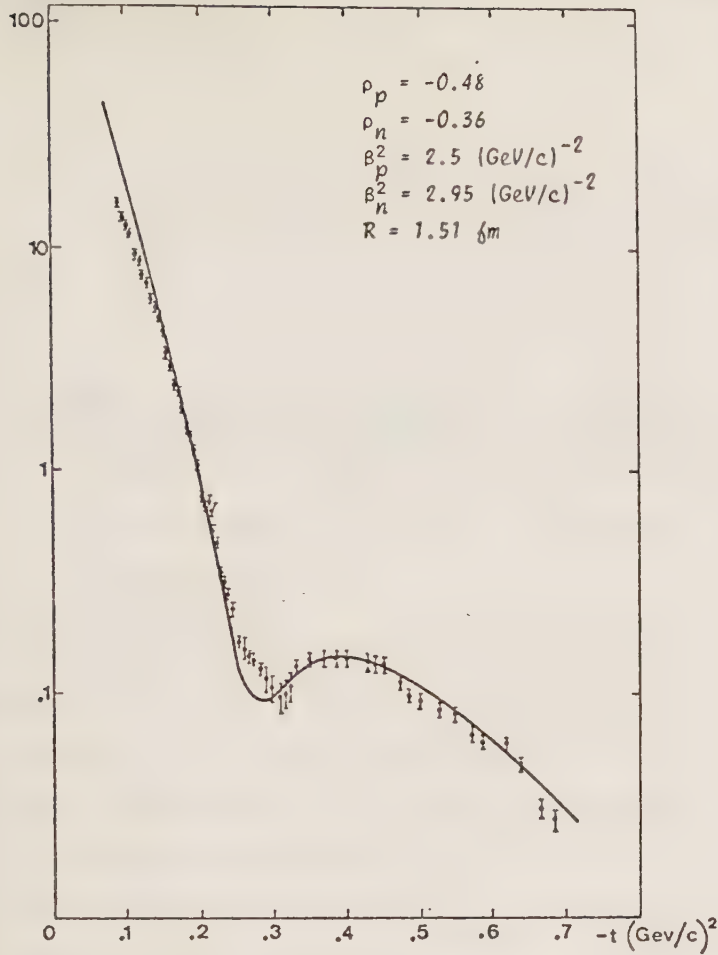


Figure 32. - Diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ à 600 MeV

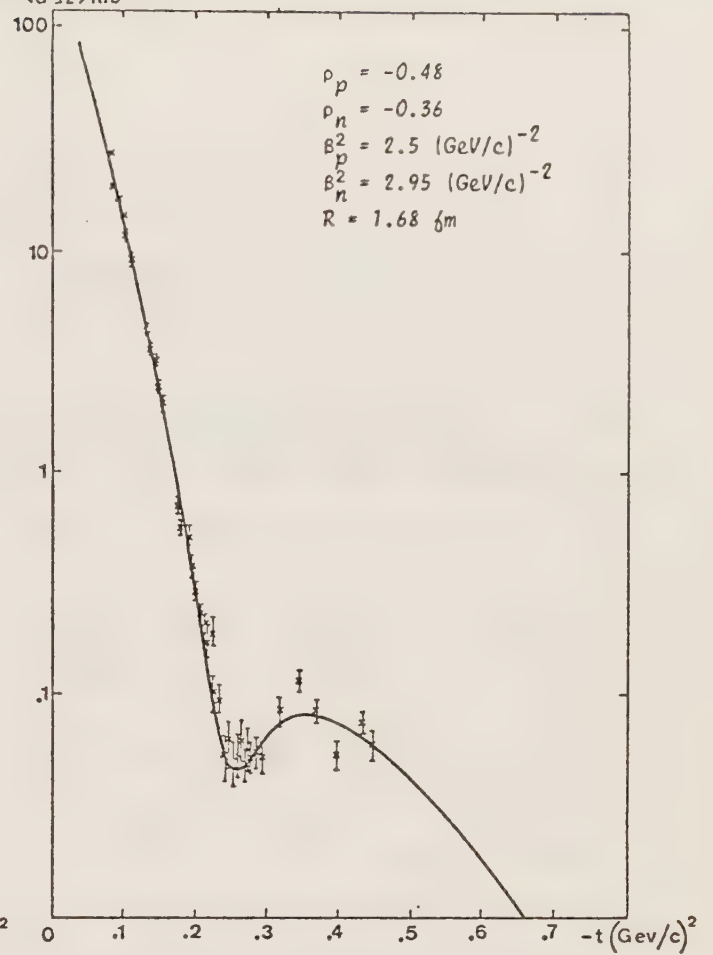


Figure 33. - Diffusion élastique $p\text{-}^3\text{H}$ à 600 MeV

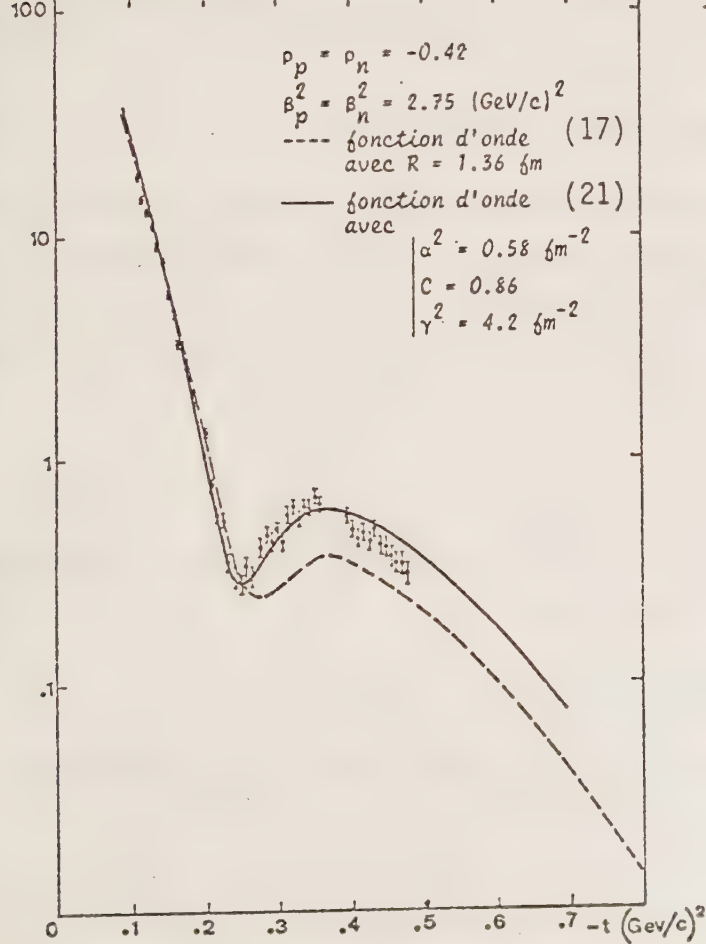


Figure 34. - Diffusion élastique $p\text{-}^4\text{He}$ à 600 MeV

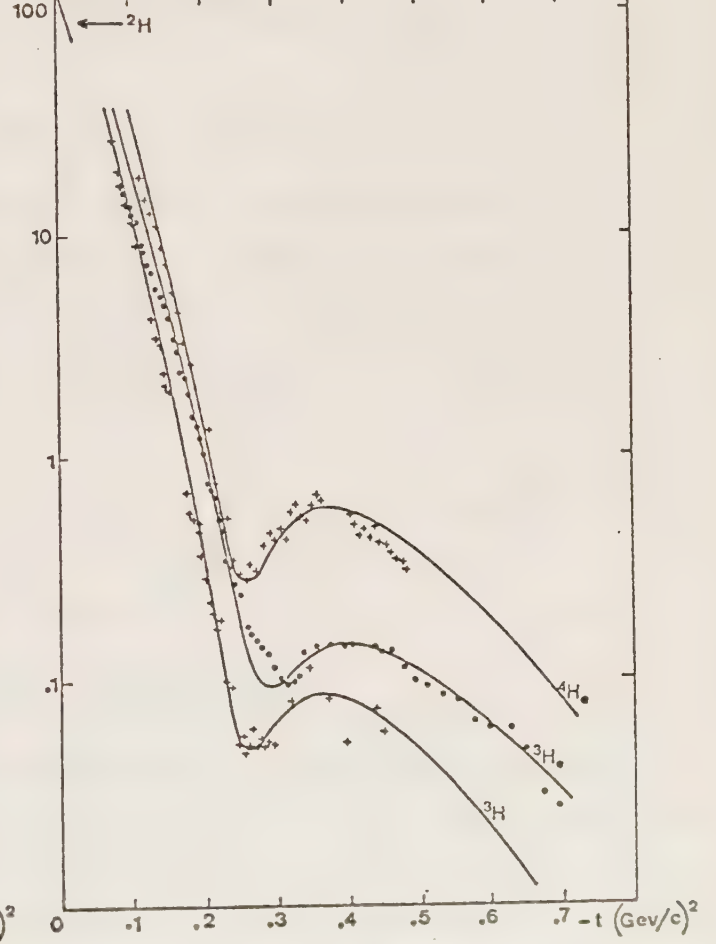


Figure 35. - Comparaison entre les diffusions élastiques $p\text{-}^3\text{H}$, $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^4\text{He}$ à 600 MeV

E) DISCUSSION COMPLÉMENTAIRE

Aux remarques faites au cours du texte, nous ajoutons quelques commentaires, en différenciant, d'une part, $p\text{-}^4\text{He}$ et, d'autre part, $p\text{-}^3\text{H}$ et $p\text{-}^3\text{He}$.

$p\text{-}^4\text{He}$: L'étude de la diffusion élastique $p\text{-}^4\text{He}$ n'étant pas l'objet de ce mémoire, nous n'approfondirons pas outre mesure cette réaction. Cependant, citons les calculs de Auger et al. (²⁹) qui s'affranchissent de la contrainte du centre de masse représentée par la fonction δ dans l'équation (12), grâce à une approximation justifiée, et obtiennent une expression simplifiée de l'amplitude de diffusion utilisable quelle que soit la forme de la fonction de densité décrivant le noyau ; la fonction de densité de A corps $\rho(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)$ cède la place à la fonction de densité à 1 corps $\rho(\vec{r})$ et, de plus, il est tenu compte d'une fonction de déphasage coulombien $\chi_c(b)$. L'expression de l'amplitude devient alors :

$$F(\vec{q}) \approx ik e^{\frac{\langle r^2 \rangle q^2}{6A}} \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} \left[1 - \left\{ 1 - \int \Gamma(\vec{b} - \vec{s}) (\rho(\vec{r}) d^{(3)}\vec{r})^A e^{i\chi_c(\vec{b})} \right\} d^{(2)}\vec{b} \right] \quad (22)$$

où $\langle r^2 \rangle$ est le rayon carré moyen de densité de la cible.

Auger et al ont utilisé ce formalisme (en incluant les effets coulombiens et de spin) et comparé les résultats obtenus avec les données expérimentales $p\text{-}^4\text{He}$ pour des énergies comprises entre 0.6 et 24.0 GeV et pour des quadrimoments de transfert allant jusqu'à 4.0 fm^{-1} ; l'accord entre la théorie et l'expérience est, en général, satisfaisant.

$p\text{-}^3\text{H}$ et $p\text{-}^3\text{He}$:

1. En considérant que la valeur de R^2 est donnée par le rayon carré moyen nucléaire de la cible $\langle r^2 \rangle$ selon la relation

$$\langle r_{ch}^2 \rangle = \frac{3}{2} R^2$$

nous pouvons chercher sa correspondance avec le rayon carré moyen expérimental de charge $\langle r_{ch}^2 \rangle$.

Par ailleurs, le rayon carré moyen de la distribution des centres des nucléons $\langle r_C^2 \rangle$ est obtenu par la relation

$$\langle r_C^2 \rangle = \frac{3}{2} R^2 \frac{A-1}{A}$$

et nous pouvons comparer ce dernier au rayon carré moyen $\langle r_B^2 \rangle$ obtenu à partir du rayon de charge du noyau, après déduction des rayons carrés moyens de charge des protons $\langle r_{ch}^2(p) \rangle$ et des neutrons $\langle r_{ch}^2(n) \rangle$ constitutifs du noyau (⁵¹). Nous avons

$$\langle r_B^2(^3\text{H}) \rangle = \langle r_{ch}^2(^3\text{H}) \rangle - \langle r_{ch}^2(p) \rangle - 2 \langle r_{ch}^2(n) \rangle$$

$$\langle r_B^2(^3\text{He}) \rangle = \langle r_{ch}^2(^3\text{He}) \rangle - \langle r_{ch}^2(p) \rangle - \frac{1}{2} \langle r_{ch}^2(n) \rangle$$

$$\langle r_B^2(^4\text{He}) \rangle = \langle r_{ch}^2(^4\text{He}) \rangle - \langle r_{ch}^2(p) \rangle - \langle r_{ch}^2(n) \rangle$$

avec $\langle r_{ch}^2(p) \rangle = .706 \text{ fm}^2$ et $\langle r_{ch}^2(n) \rangle = -0.116 \text{ fm}^2$

Portons les valeurs numériques dans le tableau 7 :

	$\sqrt{\langle r_{ch}^2 \rangle} \text{ fm}$	$\sqrt{\langle r_{ch}^2 \rangle} \text{ fm}$	$\sqrt{\langle r_C^2 \rangle} \text{ fm}$	$\sqrt{\langle r_B^2 \rangle} \text{ fm}$
³ H	2.06	1.70 ± 0.05 (⁴)	1.68	1.55
³ He	1.85	1.88 ± 0.05 (⁵)	1.51	1.70
⁴ He	1.67	1.67 ± 0.01 (⁵²)	1.44	1.48

Tableau 7. - Comparaison des différents "rayons" des noyaux.

Les écarts que nous pouvons constater entre $\langle r_{ch}^2 \rangle$ et $\langle r_C^2 \rangle$ d'une part, $\langle r_C^2 \rangle$ et $\langle r_B^2 \rangle$ d'autre part, soit pour ³He, soit pour ³H, peuvent provenir d'une mauvaise description du noyau par la fonction d'onde choisie. En effet, ces noyaux-miroirs sont constitués d'une paire de nucléons identiques (protons pour ³He et neutrons pour ³H) et d'un nucléon célibataire (neutron pour ³He et proton pour ³H). Nous pouvons donc nous attendre à ce que la distribution des paires

de nucléons soit plus étendue dans l'espace que celle du nucléon célibataire. Pour tenir compte de cela, Schiff (⁵³) écrit des facteurs de forme de la manière suivante

$$\begin{aligned} F_{ch}(^3\text{He}) &= F_{ch}(p) F_L + \frac{1}{2} F_{ch}(n) F_0 \\ F_{ch}(^3\text{H}) &= F_{ch}(p) F_0 + 2 F_{ch}(n) F_L \end{aligned} \quad (23)$$

où les indices (L) et (0) se réfèrent respectivement à la paire de nucléons identiques et au nucléon célibataire. F_L et F_0 peuvent s'exprimer comme des combinaisons linéaires de deux termes F_1 et F_2 , dénommés "body form factors" ; F_1 est la transformée de Fourier de la distribution spatiale des centres des nucléons correspondant à l'état S de la fonction d'onde du noyau et F_2 est dû aux termes croisés de la fonction d'espace de l'état S et des fonctions d'espace de l'état S' (les états S et S' sont définis dans le chapitre sur l'élaboration de la fonction d'onde de ^3He). Nous avons

$$\begin{aligned} F_L &= F_1 - \frac{1}{3} F_2 \\ \text{et} \quad F_0 &= F_1 + \frac{2}{3} F_2 \end{aligned}$$

Nous passons aux relations entre rayons carrés moyens (⁵⁴).

$$\langle r_{ch}^2(^3\text{He}) \rangle = \langle r_1^2(^3\text{He}) \rangle + \langle r_{ch}^2(p) \rangle + \frac{1}{2} \langle r_{ch}^2(n) \rangle + \frac{1}{3} \langle r_2^2(^3\text{He}) \rangle$$

$$\langle r_{ch}^2(^3\text{H}) \rangle = \langle r_1^2(^3\text{H}) \rangle + \langle r_{ch}^2(p) \rangle + 2 \langle r_{ch}^2(n) \rangle - \frac{2}{3} \langle r_2^2(^3\text{H}) \rangle$$

où $\langle r_1^2 \rangle$ et $\langle r_2^2 \rangle$ sont les rayons carrés moyens liés respectivement aux termes F_1 et F_2 .

En prenant $\langle r_1^2 \rangle$ identique pour ^3H et ^3He , et de même pour $\langle r_2^2 \rangle$, nous obtenons, à partir des données expérimentales, la valeur numérique

$$\sqrt{\langle r_1^2 \rangle} = 1.63 \text{ fm}$$

valeur voisine de la valeur quadratique

$$\sqrt{1/2 [\langle r_C^2(^3\text{He}) \rangle + \langle r_C^2(^3\text{H}) \rangle]} = 1.60 \text{ fm.}$$

2. Par ailleurs, la relation approchée (20) montre que l'influence du coefficient de pente de l'amplitude nucléon-nucléon peut être sensible. Une augmentation notable de β_n^2 permettrait de réduire $R_{(^3\text{H})}$ tandis qu'une diminution notable de β_p^2 permettrait d'augmenter $R_{(^3\text{He})}$.

3. L'introduction d'une fonction de déphasage coulombien pourrait s'avérer utile et serait sans doute plus sensible sur ^3He que sur ^3H .

4. Enfin, il ne faut pas oublier que ^3H et ^3He ont un spin non nul et que des amplitudes de diffusion réalistes devront inclure des termes tenant compte du spin.

Ainsi, nous nous apercevons qu'un traitement réaliste de la diffusion élastique $p\text{-}^3\text{H}$ et $p\text{-}^3\text{He}$ devra inclure des fonctions d'onde élaborées, des amplitudes nucléon-nucléon complètes et éventuellement une correction coulombienne. C'est dans le cadre de cette approche que nous allons exposer nos calculs.

CHAPITRE II - 3.

ÉTUDE PLUS APPROFONDIE - EXPRESSION DES TERMES DE DIFFUSION MULTIPLE POUR ^3H ET ^3He

Nous reprenons, dans ce chapitre, les amplitudes données par les relations (13, 14, 15). Nous allons les exprimer sous une forme qui séparera le rôle des amplitudes de diffusion nucléon-nucléon de celui des fonctions des variables d'espace de la fonction d'onde totale de la cible.

A) Coordonnées utilisées

Les nucléons du noyau cible sont repérés par les vecteurs positions $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ et $\vec{r}_3$. Des considérations de symétrie qui seront utiles pour l'élaboration de la fonction d'onde du noyau nous conduisent au changement de variables.

$$(24) \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3) \quad (= \vec{0} \text{ dans le système centre de masse du noyau}) \\ \vec{\rho}_1 = \frac{2}{3} [-\vec{r}_3 + \frac{1}{2} (\vec{r}_2 + \vec{r}_1)] \\ \vec{\rho}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \end{array} \right.$$

B) Ecriture de la fonction d'onde du noyau cible

Nous écrivons la fonction d'onde en séparant les variables de spin-isospin et d'espace, et en sommant sur tous les états (d'indice λ) de poids statistique non négligeable

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{-i\vec{k}_0 \cdot \vec{R}} \cdot \sum_{\lambda} \omega_{\lambda} \cdot \xi_{\lambda} \cdot G_{\lambda} \quad (25)$$

ξ_{λ} : fonction de spin-isospin

G_{λ} : fonction des variables d'espace

ω_{λ} : fonction de poids.

Cette forme tient compte des corrélations dans le centre de masse.

C) Amplitude de diffusion nucléon-nucléon

Si $\vec{q}_j$ est la quantité de mouvement partielle transférée au nucléon j, nous calculons les termes F_1 , F_2 et F_3 à l'aide des amplitudes de diffusion nucléon-nucléon $f_j(\vec{q}_j)$ exprimées dans le système centre de masse nucléon-nucléon.

$$f_j(\vec{q}_j) = f_{j \text{ c.m.N-N}}(\vec{q}_j) = \frac{1}{\alpha(q)} f_{j \text{ lab}}(\vec{q}_j)$$

où $\alpha(q)$ est la fonction de transformation portée sur la figure 24

D) Expression de F_1 :

En appelant X' et X les fonctions de spin des particules sortante et entrante, l'application de la relation (13) donne

$$F_1(\vec{q}) = 3 \sum_{\lambda'} \sum_{\lambda} \omega_{\lambda'}^* \cdot \omega_{\lambda} \cdot \frac{1}{(2\pi)^5} \cdot \alpha(q) \int d(2)\vec{b} \cdot e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} \int (X' \epsilon_{\lambda'} \cdot G_{\lambda'})^* \cdot f_3(\vec{q}_3) \cdot (X \epsilon_{\lambda} \cdot G_{\lambda}) \cdot e^{-i\vec{q}_3(\vec{b} - \vec{s}_3)} \cdot e^{i(\vec{q} + \vec{k}'_0 - \vec{k}_0) \cdot \vec{R}} \cdot d(2)\vec{q}_3 \cdot d\vec{R}(-3\sqrt{3}) d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2$$

En utilisant les intégrales élémentaires connues

$$\int e^{i(\vec{q} + \vec{k}'_0 - \vec{k}_0) \cdot \vec{R}} d\vec{R} = (2\pi)^3 \delta(\vec{q} + \vec{k}'_0 - \vec{k}_0) \quad \text{et} \quad \int e^{i(\vec{q} - \vec{q}_3) \cdot \vec{b}} d(2)\vec{b} = (2\pi)^2 \delta(\vec{q} - \vec{q}_3)$$

nous trouvons, après intégration sur $\vec{q}_3$ et en utilisant la notation

$$\vec{s}_3 = \vec{r}_{3\perp} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \vec{\rho}_{1\perp}$$

($\vec{V}_{\perp}$ est la projection d'un vecteur $\vec{V}$ sur un plan perpendiculaire à la quantité de mouvement $\vec{k}$ de la particule incidente)

$$F_1(\vec{q}) = -9\sqrt{3} \alpha(q) \delta(\vec{q} + \vec{k}'_0 - \vec{k}_0) \sum_{\lambda'} \sum_{\lambda} \omega_{\lambda'}^* \cdot \omega_{\lambda} \cdot \langle X' \epsilon_{\lambda'} | f_3(\vec{q}) | X \epsilon_{\lambda} \rangle \cdot \int e^{-i\sqrt{2/3} \vec{q} \cdot \vec{\rho}_{1\perp}} G_{\lambda'}^* \cdot G_{\lambda} d\vec{\rho}_1 \cdot d\vec{\rho}_2 \quad (26)$$

E) Expression de F_2 :

L'application de la relation (14) donne

$$F_2(\vec{q}) = 3 \sum_{\lambda} \sum_{\lambda'} \omega_{\lambda}^* \cdot \omega_{\lambda} \cdot \frac{1}{2\pi i k} \frac{1}{(2\pi)^5} [\alpha(q)]^2 \int d^{(2)}\vec{B} \cdot e^{i\vec{q} \cdot \vec{B}} \cdot (X'_{\lambda} \epsilon_{\lambda} G_{\lambda})^* \\ \left[\int e^{-i\vec{q}_2 \cdot (\vec{B} - \vec{s}_2)} \cdot f_2(\vec{q}_2) d^{(2)}\vec{q}_2 \right] \cdot \left[\int e^{-i\vec{q}_1 \cdot (\vec{B} - \vec{s}_1)} \cdot f_1(\vec{q}_1) \cdot d^{(2)}\vec{q}_1 \right] (X_{\lambda} \epsilon_{\lambda} G_{\lambda}) \cdot \\ e^{i(\vec{q} + \vec{k}'_0 - \vec{k}_0) \cdot \vec{R}} \cdot d\vec{R} (-3\sqrt{3}) d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2$$

Après intégration sur $\vec{B}$ et $\vec{R}$, nous obtenons

$$F_2(\vec{q}) = -9\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2\pi i k} \cdot [\alpha(q)]^2 \delta(\vec{q} + \vec{k}'_0 - \vec{k}_0) \sum_{\lambda} \sum_{\lambda'} \omega_{\lambda}^* \cdot \omega_{\lambda} \int (X'_{\lambda} \epsilon_{\lambda} G_{\lambda})^* \cdot f_2(\vec{q}_2) \cdot \\ e^{i\vec{q}_2 \cdot \vec{s}_2} \cdot f_1(\vec{q} - \vec{q}_2) \cdot e^{i(\vec{q} - \vec{q}_2) \cdot \vec{s}_1} \cdot (X_{\lambda} \epsilon_{\lambda} G_{\lambda}) d^{(2)}\vec{q}_2 d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2$$

L'intégration sur $\vec{q}_2$ est complexe. Pour simplifier l'expression finale, nous utilisons un résultat de Formanek et Trefil ⁽³²⁾ : ces auteurs ont montré qu'il était raisonnable, en utilisant l'amplitude nucléon-nucléon simple donnée par l'équation (16), d'exprimer une dépendance en t , approchée, du paramètre de phase ρ , en prenant $\rho(t) = \rho(t_{\min})$ pour la diffusion simple, $\rho(t) = \rho(t_{\min}/4)$ pour la diffusion double et, d'une manière générale, $\rho(t) = \rho(t_{\min}/n^2)$ pour la

diffusion d'ordre n , les valeurs ρ étant déterminées par une paramétrisation de trajectoire de Regge ; ils illustrent ceci sur l'exemple de la diffusion élastique π - ^4He à 6 GeV/c que nous portons sur la figure 36. Dans cet esprit, nous supposons que la quantité de mouvement transférée est équirépartie entre les nucléons choqués, ce qui revient à prendre une valeur effective

$$f_{\text{eff}}(\vec{q}_2) = f\left(\frac{\vec{q}}{2}\right) = f(\vec{q} - \vec{q}_2)$$

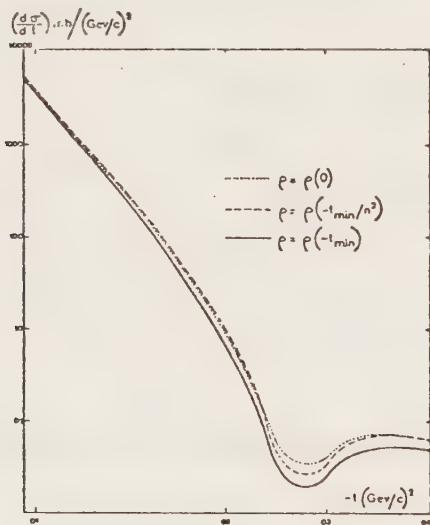


Figure 36. - Influence d'une dépendance en t du rapport partie réelle/partie imaginaire de l'amplitude nucléon-nucléon. D'après Formanek et Trefil ⁽³²⁾.

Narboni ⁽⁵⁵⁾ a utilisé une telle approximation : une application numérique approfondie, mais difficile, serait nécessaire pour en estimer la validité. Néanmoins, nous adoptons cette hypothèse simplificatrice, et nous avons alors, en utilisant la notation

$$\vec{s}_1 = \vec{r}_{1\perp} = \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{\rho}_{1\perp} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{\rho}_{2\perp}$$

$$\vec{s}_2 = \vec{r}_{2\perp} = \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{\rho}_{1\perp} - \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{\rho}_{2\perp}$$

$$F_2(\vec{q}) \approx -9\sqrt{3} \frac{1}{2\pi i k} [\alpha(q)]^2 \delta(\vec{q} + \vec{k}'_0 - \vec{k}_0) \sum_{\lambda'} \sum_{\lambda} \omega_{\lambda'}^* \cdot \omega_{\lambda} \langle X'_{\varepsilon_{\lambda}}, | f_2(\frac{\vec{q}}{2}) f_1(\frac{\vec{q}}{2}) | X_{\varepsilon_{\lambda}} \rangle \quad (27)$$

$$\int d^{(2)}\vec{q}_2 \mathcal{F}(\vec{q}, \vec{q}_2)$$

avec

$$\mathcal{F}(\vec{q}, \vec{q}_2) = \int e^{i(1/\sqrt{6})\vec{q} \cdot \vec{\rho}_{1\perp}} e^{i(1/\sqrt{2})(\vec{q} - 2\vec{q}_2) \cdot \vec{\rho}_{2\perp}} G_{\lambda'}^* G_{\lambda} d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2$$

F) Expression de F_3 :

L'application de la relation (15) donne

$$F_3(\vec{q}) = \sum_{\lambda'} \sum_{\lambda} \omega_{\lambda'}^* \cdot \omega_{\lambda} \cdot \frac{1}{(2\pi i k)^2} \cdot \frac{1}{(2\pi)^5} [\alpha(q)]^3 \int d^{(2)}\vec{B} \cdot e^{i\vec{q} \cdot \vec{B}} \cdot (X'_{\varepsilon_{\lambda}}, G_{\lambda'})^* \cdot$$

$$\left[\int e^{-i\vec{q}_3 \cdot (\vec{B} - \vec{s}_3)} f_3(\vec{q}_3) d^{(2)}\vec{q}_3 \right] \cdot \left[\int e^{-i\vec{q}_2 \cdot (\vec{B} - \vec{s}_2)} f_2(\vec{q}_2) \right] \cdot$$

$$\left[\int e^{-i\vec{q}_1 \cdot (\vec{B} - \vec{s}_1)} f_1(\vec{q}_1) d^{(2)}\vec{q}_1 \right] \cdot (X_{\varepsilon_{\lambda}} G_{\lambda}) \cdot e^{i(\vec{q} + \vec{k}'_0 - \vec{k}_0) \cdot \vec{R}} \cdot d\vec{R} \cdot (-3\sqrt{3}) d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2$$

Après intégration sur $\vec{B}$ et $\vec{R}$, nous obtenons

$$F_3(\vec{q}) = 3\sqrt{3} \frac{1}{(2\pi k)^2} [\alpha(q)]^3 \delta(\vec{q} + \vec{k}'_0 - \vec{k}_0) \sum_{\lambda'} \sum_{\lambda} \omega_{\lambda'}^* \cdot \omega_{\lambda} \int (X'_{\varepsilon_{\lambda}}, G_{\lambda'})^* \cdot f_3(\vec{q} - \vec{q}_1 - \vec{q}_2)$$

$$e^{-i(\vec{q} - \vec{q}_1 - \vec{q}_2) \cdot (\vec{B} - \vec{s}_3)} \cdot f_2(\vec{q}_2) \cdot e^{-i\vec{q}_2 \cdot (\vec{B} - \vec{s}_2)} \cdot f_1(\vec{q}_1) \cdot e^{-i\vec{q}_1 \cdot (\vec{B} - \vec{s}_1)} \cdot$$

$$d^{(2)}\vec{q}_1 \cdot d^{(2)}\vec{q}_2 (X_{\varepsilon_{\lambda}} G_{\lambda}) d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2$$

Pour simplifier l'intégration sur $\vec{q}_1$ et $\vec{q}_2$, nous adoptons la même technique que pour la diffusion double et nous écrivons

$$f_{\text{eff}}(\vec{q}_1) = f_{\text{eff}}(\vec{q}_2) = f(\vec{q} - \vec{q}_1 - \vec{q}_2) = f(\frac{\vec{q}}{3})$$

Nous obtenons alors

$$F_3(\vec{q}) \approx 3\sqrt{3} \frac{1}{(2\pi k)^2} [\alpha(q)]^3 \cdot \delta(\vec{q} + \vec{k}'_0 - \vec{k}_0) \sum_{\lambda'} \sum_{\lambda} \omega_{\lambda'}^* \cdot \omega_{\lambda} \langle X'_{\varepsilon_{\lambda}}, | f_3(\frac{\vec{q}}{3}) f_2(\frac{\vec{q}}{3}) f_1(\frac{\vec{q}}{3}) | X_{\varepsilon_{\lambda}} \rangle$$

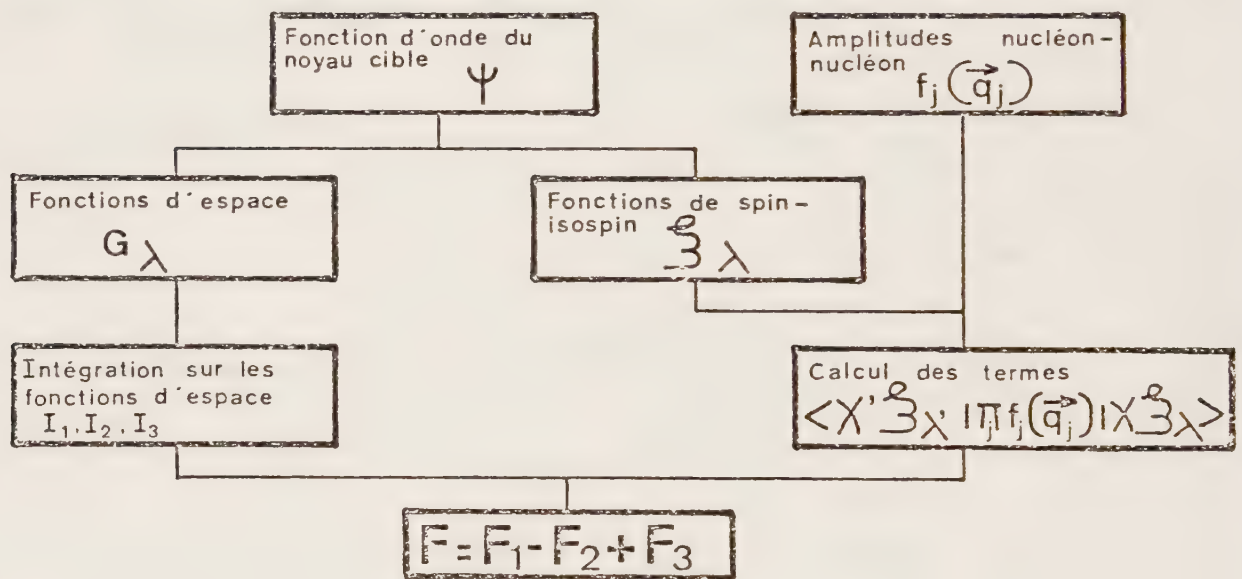
$$\int d^{(2)}\vec{q}_1 \int d^{(2)}\vec{q}_2 \mathcal{G}(\vec{q}, \vec{q}_1, \vec{q}_2)$$

avec

$$g(\vec{q}, \vec{q}_1, \vec{q}_2) = \int e^{-i\sqrt{\frac{3}{2}} \vec{p}_1 \cdot (\frac{2}{3}\vec{q} - \vec{q}_1 - \vec{q}_2)} \cdot e^{-i/\sqrt{2} (\vec{q}_2 - \vec{q}_1) \cdot \vec{p}_2} d\vec{p}_1 d\vec{p}_2$$

G) Organigramme de calcul :

Le calcul de la section efficace différentielle de diffusion élastique proton-noyau exige l'élaboration de la fonction d'onde du noyau et des amplitudes de diffusion nucléon-nucléon, puis leur intégration dans le formalisme représenté par les expressions (26, 27, 28). Les différentes parties du calcul font l'objet des chapitres suivants et peuvent être présentées sous la forme de l'organigramme simple ci-dessous



CHAPITRE II - 4.

FONCTION D'ONDE DE ${}^3\text{He}$ ET ${}^3\text{H}$

A) INTRODUCTION

Les systèmes à trois nucléons constituent un des sujets très vastes de la physique nucléaire : citons l'article de revue très complet sur ce sujet de Delves et Phillips (⁵⁶). Le problème particulier de la classification des fonctions d'onde de ${}^3\text{H}$ a été traité par Derrick et Blatt (⁵⁷) par des méthodes de la théorie des groupes. Nous allons procéder de manière un peu équivalente pour élaborer la fonction d'onde globale de ${}^3\text{He}$ ou celle de ${}^3\text{H}$. Après avoir dénombré tous les états quantiques qui participent au fondamental, nous construisons les fonctions de spin puis celles d'isospin et nous effectuons leur recombinaison en fonctions de spin-isospin. Nous utilisons une forme matricielle en vue d'un calcul automatique. Puis nous classons les fonctions de variables d'espace d'après les règles des produits de symétrie, pour aboutir à une fonction d'onde totale complètement antisymétrique. Nous décomposons alors les fonctions d'espace en fonctions radiales et fonctions de moment cinétique. Enfin, nous attribuons des valeurs explicites aux fonctions d'espace, ce qui nous permet d'écrire une forme généralisée de la fonction d'onde.

B) ÉTATS QUANTIQUES

Les fonctions d'onde de ${}^3\text{He}$ et ${}^3\text{H}$ sont caractérisées par :

- le moment angulaire total J et sa composante J_z : $J = \frac{1}{2}$, $J_z = \pm \frac{1}{2}$;
- la parité : paire ;
- la composante T_z de l'isospin total : $T_z = \frac{1}{2}$ pour ${}^3\text{He}$
 $T_z = -\frac{1}{2}$ pour ${}^3\text{H}$.

Nous utiliserons également :

- l'isospin total T : $T = \frac{1}{2}$ ou $T = \frac{3}{2}$;
- le spin total S et le moment angulaire orbital L :

$$\begin{aligned} S &= \frac{3}{2} \quad \text{avec } L = 1 \text{ ou } 2 \\ \text{ou} \quad S &= \frac{1}{2} \quad \text{avec } L = 0 \text{ ou } 1. \end{aligned}$$

Avec la notation spectroscopique ${}^{2T+1}_{2S+1}L_J$, nous pouvons dresser le tableau des huit états quantiques participant au fondamental (tableau 8)

T	L	Etat
$\frac{1}{2}$	0	$^2_2S_{1/2}$
$\frac{1}{2}$	1	$^2_2P_{1/2}$; $^2_4P_{1/2}$
$\frac{1}{2}$	2	$^2_4D_{1/2}$
$\frac{3}{2}$	0	$^4_2S_{1/2}$
$\frac{3}{2}$	1	$^4_2P_{1/2}$; $^4_4P_{1/2}$
$\frac{3}{2}$	2	$^4_4D_{1/2}$

Tableau 8. - Etats quantiques participant à l'état fondamental de ${}^3\text{He}$ et ${}^3\text{H}$

Les états $T = \frac{3}{2}$ sont dus aux forces coulombiennes, aux forces nucléaires dépendant de la charge et à la différence de masse entre le neutron et le proton. Nous pourrions les négliger (Bell et al. (⁵⁸) leur attribuent une probabilité inférieure à 0,005 %) ainsi que les états P dont les probabilités sont toujours estimées inférieures à 0,07 % (⁵⁹, ⁶⁰). Les seuls états ayant un poids statistique significatif sont les états ${}^2S_{1/2}$ et ${}^2D_{1/2}$ mais nous conservons tous les états pour élaborer la forme matricielle qui représentera l'état fondamental de ${}^3\text{He}$.

C) SYMÉTRIES DU PROBLÈME DE TROIS CORPS

En introduisant l'isospin, les nucléons sont considérés comme étant des particules identiques ; nous aurons donc à utiliser les symétries de trois corps. Nous emploierons la notation suivante liée aux diagrammes de Young

$[3]$	pour la symétrie complète
$[1^3]$	pour l'antisymétrie complète
$[21]_i$	$i = 1, 2$ pour la symétrie intermédiaire.

Des résultats du groupe de symétrie S_3 sont donnés dans l'appendice B où nous rappelons, en particulier, que sous l'action d'une permutation de deux quelconques des nucléons, une fonction possédant la symétrie complète n'est pas modifiée, une fonction à antisymétrie complète est transformée en son opposée et deux fonctions à symétrie intermédiaire associées subissent une transformation représentée par une matrice à 2 lignes et 2 colonnes.

D) DÉCOMPOSITION DE LA FONCTION D'ONDE DE ${}^3\text{He}$

Pour alléger l'exposé, nous choisissons de décrire initialement la décomposition, en tous ses états, de la fonction d'onde de ${}^3\text{He}$. Le passage au cas de ${}^3\text{H}$ se fera ensuite, toutes simplifications faites.

Les équations (24) et (25) définissent les coordonnées utilisées pour repérer les nucléons et l'écriture de la fonction d'onde du noyau. Nous décomposons la fonction d'onde totale en un produit de fonctions partielles ne faisant intervenir que des variables de même nature. Chacune de ces fonctions se comporte, dans une permutation de deux des nucléons, avec une symétrie qui lui est propre, mais elles devront être groupées de telle sorte que la fonction totale soit antisymétrique dans l'échange de deux quelconques des nucléons (système de fermions). L hamiltonien et les opérateurs de spin et d'isospin, sont invariants dans une permutation de deux nucléons ; nous pouvons alors construire les fonctions partielles en utilisant les propriétés de la théorie des groupes (appendice B), travail qui a déjà fait l'objet d'une thèse de 3ème cycle dans notre équipe de Recherche (⁶¹).

1) Fonctions de spin

Nous écrivons les fonctions de spin avec la notation suivante

$$S([\lambda]_{\nu}, n, S, S_z)$$

où $[\lambda]_{\nu}$ indique la symétrie

n est un indice de numérotation qui sert à mieux repérer les fonctions

S et S_z sont les nombres quantiques de spin.

Avec la notation de Schiff, l'état de spin $|\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle$ du nucléon est noté $+$ et l'état $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ est noté $-$.

En associant les états de spin de deux nucléons à l'aide des coefficients de Clebsch-Gordan puis en associant aux nouveaux états obtenus le spin du troisième nucléon, nous aboutissons aux fonctions de spin

$$S([3], 1, 3/2, 3/2) = (+ + +)$$

$$S([3], 2, 3/2, 1/2) = \frac{1}{\sqrt{3}} [(+ + -) + (+ - +) + (- + +)]$$

$$S([21]_1, 3, 1/2, 1/2) = \frac{1}{\sqrt{6}} [2(+ + -) - (+ - +) - (- + +)]$$

$$S([21]_2, 3, 1/2, 1/2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(+ - +) - (- + +)]$$

$$S([21]_1, 4, 1/2, -1/2) = \frac{1}{\sqrt{6}} [(+ - -) + (- + -) - 2(- - +)]$$

$$S([21]_2, 4, 1/2, -1/2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(+ - -) - (- + -)]$$

$$S([3], 5, 3/2, -1/2) = \frac{1}{\sqrt{3}} [(+ - -) + (- + -) + (- - +)]$$

$$S([3], 6, 3/2, -3/2) = (- - -)$$

(les numéros doublés indiquent que les 2 fonctions correspondantes sont associées dans la symétrie intermédiaire).

Pour un calcul sur ordinateur, nous allons utiliser une forme matricielle (⁶¹) et écrire

$$\{S\} = [Y]\{C\}$$

avec

$$\{S\} = \begin{Bmatrix} S([3], 1) \\ S([3], 2) \\ S([21]_1, 3) \\ S([21]_2, 3) \\ S([21]_1, 4) \\ S([21]_2, 4) \\ S([3], 5) \\ S([3], 6) \end{Bmatrix}, \{C\} = \begin{Bmatrix} (+ + +) \\ (+ + -) \\ (+ - +) \\ (- + +) \\ (+ - -) \\ (- + -) \\ (- - +) \\ (- - -) \end{Bmatrix}, [Y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2) Fonctions d'isospin

En utilisant une notation similaire à celle adoptée pour les fonctions de spin, nous aboutissons aux fonctions d'isospin $T([\lambda]_v, T, T_z)$

$$T([3], 3/2, 1/2) = \frac{1}{\sqrt{3}} [(+ + -) + (+ - +) + (- + +)]$$

$$T([21]_1, 1/2, 1/2) = \frac{1}{\sqrt{6}} [2(+ + -) - (+ - +) - (- + +)]$$

$$T([21]_2, 1/2, 1/2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(+ - +) - (- + +)]$$

et nous passons à la forme matricielle

$$\{T\} = [C]\{D\}$$

avec

$$\{T\} = \begin{Bmatrix} T(|3\rangle) \\ T(|21|_1) \\ T(|21|_2) \end{Bmatrix}, \{D\} = \begin{Bmatrix} (+ + -) \\ (+ - +) \\ (- + +) \end{Bmatrix}, |\mathcal{C}| = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

3) Fonctions de spin-isospin

Nous devons combiner les fonctions de spin et celles d'isospin pour former ce que nous appellerons les "fonctions de spin-isospin". Nous obtenons ces dernières en faisant le produit tensoriel des fonctions de spin et d'isospin et en procédant aux combinaisons qu'impliquent les propriétés particulières des produits des fonctions de symétrie intermédiaire (appendice B). Nous noterons les fonctions de spin-isospin $\xi_{\frac{1}{2}T+1}([\lambda]_{\nu}, S, S_z)$ et nous écrirons la relation matricielle

ou

$$\begin{aligned} \{ST\} &= [K] \{\xi\} \\ \{\xi\} &= [K]^{-1} \{ST\} \end{aligned}$$

avec

[illegible]

4) Fonctions des variables d'espace-classification

Nous savons que la fonction d'onde totale doit être complètement anti-symétrique dans l'échange de deux particules (symétrie $[1^3]$). En respectant les règles des produits de symétries, nous pouvons établir le tableau 9

Etat	Symétrie des fonctions de spin-isospin			Symétrie des fonctions d'espace			
${}^2_{2S}1/2$	$[3]$	$[1^3]$	$[21]$	$[1^3]$	$[3]$	$[21]$	} poids statistique négligeable
${}^2_{2P}1/2$	$[3]$	$[1^3]$	$[21]$	$[1^3]$	$[3]$	$[21]$	
${}^2_{4P}1/2$	$[21]$			$[21]$			
${}^2_{4D}1/2$	$[21]$			$[21]$			} " "
${}^4_{2S}1/2$	$[21]$			$[21]$			
${}^4_{2P}1/2$	$[21]$			$[21]$			
${}^4_{4P}1/2$	$[21]$			$[21]$			
${}^4_{4D}1/2$	$[21]$			$[21]$			

Tableau 9. - Classification des symétries des fonctions de spin-isospin et des fonctions d'espace

Dans un système donné d'axes, les nucléons sont repérés par les vecteurs position $\vec{r}_i$. Ceux-ci se transforment entre eux par permutation des nucléons : ils forment donc la base d'une représentation matricielle du groupe symétrique ; nous réduisons cette représentation, pour trois nucléons que nous supposons de masses égales, en écrivant les trois vecteurs déjà donnés par les relations (24)

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3) \\ \vec{\rho}_1 &= \frac{2}{3} [-\vec{r}_3 + \frac{1}{2} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2)] \\ \vec{\rho}_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\end{aligned}$$

$\vec{R}$ est entièrement symétrique et il est nul dans le système du centre de masse du noyau dans lequel nous nous plaçons. $\vec{\rho}_1$ et $\vec{\rho}_2$ possèdent la symétrie intermédiaire.

Nous décomposons les fonctions d'espace en fonctions radiales et fonctions de moment cinétique construites sur les variables $\vec{\rho}_1$ et $\vec{\rho}_2$ et nous nous limitons aux états ${}^2_{2S}1/2$ et ${}^2_{4D}1/2$. (tableau 8).

Pour $L = 0$, les fonctions d'espace se limitent aux trois fonctions radiales qui possèdent respectivement les trois types de symétrie.

Pour $L \neq 0$, nous utilisons les opérateurs tensoriels introduits par Edmonds (⁶²). En particulier, Edmonds définit, à partir d'un vecteur $\vec{V}$, de composantes $\vec{V}_x$, $\vec{V}_y$ et $\vec{V}_z$, un opérateur tensoriel $T_{\vec{V}}(1,m)$ irréductible d'ordre 1, dont les composantes ($m=0, 1, -1$) sont

$$\begin{aligned} T_{\vec{V}}(1,0) &= V_z \\ T_{\vec{V}}(1,1) &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (V_x + iV_y) \\ T_{\vec{V}}(1,-1) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (V_x - iV_y) \end{aligned}$$

le passage à des opérateurs tensoriels d'ordre plus élevé s'obtenant par une combinaison de produits d'opérateurs tensoriels d'ordres inférieurs

$$T_{\vec{V}_1, \vec{V}_2}(\ell, m) = \sum_{m_1, m_2} (\ell_1, m_1, \ell_2, m_2 | \ell, m) T_{\vec{V}_1}(\ell_1, m_1) T_{\vec{V}_2}(\ell_2, m_2)$$

où apparaissent les coefficients de Clebsch Gordan $(\ell_1, m_1, \ell_2, m_2 | \ell, m)$.

Nous appliquons ces définitions dans l'appendice C pour construire les opérateurs des états P et D, à partir des vecteurs $\vec{p}_1$ et $\vec{p}_2$.

Pour $L = 2$, nous conservons les opérateurs de parité paire $T_{\vec{p}_1, \vec{p}_2}^{\rightarrow 2, \rightarrow 2}$ et $T_{\vec{p}_1, \vec{p}_2}^{\rightarrow 1, \rightarrow 1}$ et nous formons les fonctions angulaires $\Lambda([\lambda]_v, L, m)$

$$\begin{aligned} \Lambda([3], 2, m) &= T_{\vec{p}_1, \vec{p}_2}^{\rightarrow 2, \rightarrow 2} + T_{\vec{p}_1, \vec{p}_2}^{\rightarrow 1, \rightarrow 1} \\ \Lambda([21]_1, 2, m) &= \frac{1}{2} (T_{\vec{p}_1, \vec{p}_2}^{\rightarrow 2, \rightarrow 2} - T_{\vec{p}_1, \vec{p}_2}^{\rightarrow 1, \rightarrow 1}) \\ \Lambda([21]_2, 2, m) &= T_{\vec{p}_1, \vec{p}_2}^{\rightarrow 1, \rightarrow 1} \end{aligned}$$

Nous aboutissons ainsi à la nouvelle décomposition présentée dans le tableau 10

Tableau 10. - Classification des symétries des fonctions radiales et angulaires.

Classification spectroscopique	L	S	T	Symétrie des fonctions		
				spin-isospin	radiales	angulaires
$^2S_{1/2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\begin{matrix} [1^3] \\ [3] \\ [21] \end{matrix}$	$\begin{matrix} [3] \\ [1^3] \\ [21] \end{matrix}$	$\begin{matrix} [3] \\ [3] \\ [3] \end{matrix}$
$^2D_{1/2}$	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\begin{matrix} [21] \\ [21] \\ [21] \\ [21] \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ [3] \\ [1^3] \\ [21] \end{matrix}$	$\begin{matrix} [3] \\ [21] \\ [21] \\ [21] \end{matrix}$

Nous négligeons les états à fonction radiale complètement antisymétrique dont le poids statistique est évalué très faible par tous les auteurs (à titre d'exemple, les calculs de Delves et al. (63) donnent, pour le second état S, une probabilité de 0,003 %).

5) Fonction d'onde complète

Nous reprenons l'expression (25) de la fonction d'onde totale et séparant trois composantes fondamentales

ψ_S , composante de l'état ${}^2S_{1/2}$ dont la partie radiale est complètement symétrique ;

$\psi_{S'}$, composante de l'état ${}^2S_{1/2}$ dont la partie radiale possède la symétrie intermédiaire ;

ψ_D , correspondant à l'état ${}^2D_{1/2}$ dans son ensemble

ce que nous écrivons

$$\psi = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{-i\vec{k}_0 \cdot \vec{R}} [\sqrt{P_S} \psi_S + \sqrt{P_{S'}} \psi_{S'} + \sqrt{P_D} \psi_D]$$

où P_S , $P_{S'}$ et P_D représentent les poids statistiques des états S, S' et D.

Compte tenu des symétries dégagées de l'analyse précédente, nous exprimons les états S, S' et D sous la forme

$$\begin{aligned} \psi_S &= f_1([3]) \cdot \xi([1^3], \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \\ \psi_{S'} &= -f_2([21]_1) \cdot \xi([21]_2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) + f_3([21]_2) \cdot \xi([21]_1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \\ \psi_D &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m=-1}^2 C_m \{ -\xi([21]_2, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}-m) \cdot F_{1m}([21]_1) + \xi([21]_1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}-m) \cdot F_{2m}([21]_2) \} \end{aligned}$$

Nous explicitons les fonctions d'espace f_1 , f_2 , f_3 , F_{1m} et F_{2m} et les coefficients C_m dans le paragraphe suivant et nous portons dans le tableau 11 l'indexation λ que nous adoptons pour les fonctions utilisées.

Tableau 11. - Numérotation
des fonctions

λ	$\mathcal{B}_\lambda$	G_λ	N° de ligne $\ell_{cc}\{\frac{\infty}{2}\}$	Etat
1	$\mathcal{B}([1^3]_{1/2, 1/2})$	f_1	12	S
2	$\mathcal{B}([21]_2, 1/2, 1/2)$	$-f_2$	14	S'
3	$\mathcal{B}([21]_1, 1/2, 1/2)$	f_3	13	
4	$\mathcal{B}([21]_2, 3/2, -3/2)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} C_2 F_{12}$	24	D
5	$\mathcal{B}([21]_2, 3/2, -1/2)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} C_1 F_{11}$	23	
6	$\mathcal{B}([21]_2, 3/2, 1/2)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} C_0 F_{10}$	18	
7	$\mathcal{B}([21]_2, 3/2, 3/2)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} C_{-1} F_{1-1}$	17	
8	$\mathcal{B}([21]_1, 3/2, -3/2)$	$\frac{1}{\sqrt{2}} C_2 F_{22}$	16	
9	$\mathcal{B}([21]_1, 3/2, -1/2)$	$\frac{1}{\sqrt{2}} C_1 F_{21}$	15	
10	$\mathcal{B}([21]_1, 3/2, 1/2)$	$\frac{1}{\sqrt{2}} C_0 F_{20}$	10	
11	$\mathcal{B}([21]_1, 3/2, 3/2)$	$\frac{1}{\sqrt{2}} C_{-1} F_{2-1}$	9	

6) Fonctions d'espace-valeurs explicites

Nous utilisons les fonctions d'espace qui ont servi à Samaranayake et Wilk (64) pour étudier les effets des états S' et D sur les facteurs de forme de ^3He et sur la section efficace différentielle de diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$. Nous indiquons, dans l'appendice D, comment nous passons des notations de Samaranayake aux nôtres. Pour l'état S, nous écrivons

$$f_1 = U_0 e^{-\frac{3}{2} a_0^2 (\rho_1^2 + \rho_2^2)} \left[1 - C_0 e^{-\frac{3}{2} b_0^2 (\rho_1^2 + \rho_2^2)} \right]$$

Le facteur U_0 est relié au pourcentage d'état S par

$$U_0^2 = P_S \frac{3\sqrt{3}}{\pi^3} \left[\frac{1}{a_0^6} - \frac{2 C_0}{(a_0^2 + 1/2 b_0^2)^3} + \frac{C_0^2}{(a_0^2 + b_0^2)^3} \right]^{-1}$$

Les valeurs numériques proposées pour les coefficients sont

$$a_0^2 = 0.216 \text{ fm}^{-2}$$

$$b_0^2 = 0.486 \text{ fm}^{-2}$$

$$C_0 = 1.56$$

Pour l'état S', nous écrivons les fonctions

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{B_0}{\sqrt{6}} e^{-\frac{3}{2} A_0^2 (\rho_1^2 + \rho_2^2)} \cdot \epsilon_0 A_0 \cdot 6(\rho_2^2 - \rho_1^2) \\ f_3 &= \frac{B_0}{\sqrt{6}} e^{-\frac{3}{2} A_0^2 (\rho_1^2 + \rho_2^2)} \cdot \epsilon_0 A_0 \cdot 4\sqrt{3} \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= -\frac{1}{2} (\alpha_0 - \beta_0) = -4.25 \times 10^{-7} \text{ fm}^{-1} \\ A_0 &= \frac{1}{2} (\alpha_0 + \beta_0) = 0.294 \text{ fm}^{-1} \end{aligned}$$

Le facteur B_0 est relié au pourcentage d'état S' par

$$B_0^2 = P_{S'} \frac{1}{2\pi^3} \left[\frac{1}{\alpha_0^2 (\alpha_0 + \beta_0)^2} \frac{1}{3/2} - \frac{8}{(\alpha_0 + \beta_0)^2 (5\alpha_0 + \beta_0)^2} \frac{1}{3/2} \right]^{-1}$$

Nous trouvons ainsi

$$\frac{B_0^2}{U_0^2} = 2.86 \times 10^{-2} \frac{P_{S'}}{P_S}$$

ce qui, associé à la valeur très petite de ϵ_0 , laisse prévoir une influence extrêmement faible de l'état S' sur la section efficace de diffusion élastique.

Pour construire les fonctions de l'état D , nous écrivons d'abord les fonctions de moment cinétique en utilisant les harmoniques sphériques liées aux deux vecteurs $\vec{\rho}_1$ et $\vec{\rho}_2$ que nous appelons $Y_{\ell,m}(\theta_i, \phi_i)$ ($i = 1, 2$). Nous obtenons

$$\begin{aligned} \Lambda([3], 2, m) &= \frac{4}{3} \pi [\rho_1^2 Y_{2,m}(\theta_1, \phi_1) + \rho_2^2 Y_{2,m}(\theta_2, \phi_2)] \\ \Lambda([21]_1, 2, m) &= \frac{4}{3} \pi [\rho_1^2 Y_{2,m}(\theta_1, \phi_1) - \rho_2^2 Y_{2,m}(\theta_2, \phi_2)] \\ \Lambda([21]_2, 2, m) &= -2 \times \frac{4}{3} \pi \rho_1 \rho_2 \sum_{m_1, m_2} (1, m_1, 1, m_2 | 1, 1, 2, m) Y_{1, m_1}(\theta_1, \phi_1) Y_{1, m_2}(\theta_2, \phi_2) \end{aligned}$$

Nous écrivons les fonctions de spin-isospin-moment cinétique en posant

$$C_m = (2, m, \frac{3}{2}, \frac{1}{2} - m | 2, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

$$\Lambda_m^1 = \Lambda([21]_1, 2, m)$$

$$\xi_m^1 = \xi([21]_1, 2, \frac{1}{2} - m)$$

$$\Lambda_m^2 = \Lambda([21]_2, 2, m)$$

$$\xi_m^2 = \xi([21]_2, 2, \frac{1}{2} - m)$$

$$\Lambda_m^3 = \Lambda([3], 2, m)$$

Nous formons les fonctions des diverses symétries

$$D_1([21]_1) = \sum_m C_m \Lambda_m^3 \xi_m^1$$

$$D_1([21]_2) = \sum_m C_m \Lambda_m^3 \xi_m^2$$

$$D([1^3]) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m C_m (\Lambda_m^1 \xi_m^2 - \Lambda_m^2 \xi_m^1)$$

$$D_2([21]_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m C_m (\Lambda_m^2 \xi_m^2 - \Lambda_m^1 \xi_m^1)$$

$$D_2([21]_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m C_m (\Lambda_m^1 \xi_m^2 + \Lambda_m^2 \xi_m^1)$$

et construisons ψ_D

$$\begin{aligned} \psi_D = & (\rho_1^2 + \rho_2^2) \cdot f_6 \cdot D[1^3] + \frac{1}{\sqrt{2}} [D_1([21]_1) \cdot (2\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2) - D_1([21]_2) \cdot (\rho_2^2 - \rho_1^2)] f_7 \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} [D_2([21]_1) \cdot (2\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2) - D_2([21]_2) \cdot (\rho_2^2 - \rho_1^2)] f_8 \end{aligned}$$

(Nous notons les fonctions f avec des indices qui respectent les notations de Samaranayake (⁶⁴) et de Schiff (⁵³)).

Nous obtenons ainsi les expressions de F_{1m} et F_{2m} .

$F_{1m} = -(\rho_1^2 + \rho_2^2) \cdot f_6 \cdot \Lambda_m^1 + (\rho_2^2 - \rho_1^2) \cdot f_7 \cdot \Lambda_m^3 - 2 \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2 \cdot f_8 \cdot \Lambda_m^2 + (\rho_2^2 - \rho_1^2) \cdot f_8 \cdot \Lambda_m^1$
$F_{2m} = -(\rho_1^2 + \rho_2^2) \cdot f_6 \cdot \Lambda_m^2 + 2 \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2 \cdot f_7 \cdot \Lambda_m^3 - 2 \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2 \cdot f_8 \cdot \Lambda_m^1 - (\rho_2^2 - \rho_1^2) \cdot f_8 \cdot \Lambda_m^2$

Les fonctions f_6 , f_7 et f_8 ont la même forme et diffèrent uniquement par leurs coefficients numériques

$f_6 = \mu_0 f$	$f_7 = \mu_0 f$	$f_8 = f$	$f = D_0 e^{-2d_0(\rho_1^2 + \rho_2^2)}$
-----------------	-----------------	-----------	--

Nous pouvons faire apparaître ψ_D sous la forme d'une somme de trois fonctions ψ_6 , ψ_7 et ψ_8 correspondant respectivement aux termes contenant f_6 , f_7 et f_8 . Nous n'écrivons pas ces fonctions pour ne pas alourdir le texte, cependant les calculs de normalisation montrent que les fonctions ψ_6 et ψ_7 sont respectivement orthogonales à ψ_8 mais non orthogonales entre elles. Nous pourrions établir une combinaison linéaire de ψ_6 et ψ_7 qui définirait une nouvelle fonction ψ'_6 orthogonale à ψ_7 et ψ_8 : nous n'y trouverions aucun avantage dans les calculs ultérieurs, car nous considérons ψ_D de façon globale sans chercher à séparer ses composantes. Pour ne privilégier aucune fonction particulière, nous relions les coefficients de normalisation relatives μ_0 et ν_0 à la normalisation totale de ψ_D par le calcul des intégrales suivantes

$$\begin{aligned} \int \psi_8^* \psi_8 d^{(3)} \vec{r}_i &= \frac{1}{3} P_D \\ \int \psi_6^* \psi_6 d^{(3)} \vec{r}_i &= \int \psi_7^* \psi_7 d^{(3)} \vec{r}_i \\ \int (\psi_6 + \psi_7)^* (\psi_6 + \psi_7) d^{(3)} \vec{r}_i &= \frac{2}{3} P_D . \end{aligned}$$

Les fonctions ξ_m^1 et ξ_m^2 sont orthonormées d'une part et les fonctions Λ_m^1 , Λ_m^2 et Λ_m^3 sont orthogonales d'autre part, et ceci vis à vis des indices inférieurs et supérieurs. Nous aboutissons ainsi aux relations numériques

$$\begin{aligned} \mu_0 &\approx 1.16 \\ \nu_0 &\approx 1.67 \\ D_0^2 &= 0.207 \cdot d_0^7 P_D . \end{aligned}$$

Les résultats de Schiff ⁽⁵³⁾ permettent de relier le coefficient d_0 au poids P_D par l'intermédiaire des facteurs de forme F_0 et F_L définis précédemment. (équation 23). Le résultat expérimental

$$F_0 - F_L \rightarrow (0.05 \pm 0.01) q^2 \text{ lorsque } q^2 \rightarrow 0 \quad (53)$$

conduit à l'expression numérique

$$d_0 \approx (1.0 \pm 0.2) P_D \quad (\text{exprimé en fm}^{-2})$$

E) ECRITURE GÉNÉRALISÉE DE LA FONCTION D'ONDE

Pour un calcul automatique, il est intéressant de noter les composantes de la fonction d'onde sous une forme générale indicée dont les coefficients seront donnés sous forme de tableau. Avec l'indice de numérotation λ (tableau 11) nous séparons les deux cas où λ est inférieur ou égal à trois (états S et S') et où λ est supérieur à 3 (état D). Par ailleurs, pour ne plus faire apparaître, dans les relations, le produit scalaire $\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2$, nous utilisons l'identité

$$\cos \theta = \frac{\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2}{\rho_1 \rho_2} = \frac{4\pi}{3} [Y_{10}(\Omega_1)Y_{10}(\Omega_2) - Y_{11}(\Omega_1)Y_{1-1}(\Omega_2) - Y_{1-1}(\Omega_1)Y_{11}(\Omega_2)]$$

où les arguments (Ω_1) et (Ω_2) représentent respectivement les couples de paramètres angulaires (θ_1, ϕ_1) et (θ_2, ϕ_2) des vecteurs $\vec{\rho}_1$ et $\vec{\rho}_2$.

1er cas : $1 \leq \lambda \leq 3$

A l'aide des coefficients appropriés $A(\lambda, k)$, $P(k)$, $M(k)$, $N(k)$ et $C(\lambda, k)$ dont nous écrivons les valeurs, déduites des expressions explicites des composantes de la fonction d'onde totale, dans l'appendice E, nous pouvons écrire une forme généralisée des fonctions d'espace

$$G_\lambda = \sum_{k=1}^8 A(\lambda, k) \cdot \cos^{P(k)} \theta \cdot \rho_1^{M(k)} \cdot \rho_2^{N(k)} \cdot e^{-C(\lambda, k)(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \quad (29)$$

2ème cas : $4 \leq \lambda \leq 11$

De même, nous introduisons de nouveaux coefficients $B(\lambda, j, \ell)$, $Q(j, \ell)$, $R(j, \ell)$ et $S(j, \ell)$, donnés dans l'appendice E, qui permettent d'écrire la forme généralisée

$$G_\lambda = \frac{4\pi}{3\sqrt{2}} \cdot D_0 \cdot C_m(\lambda) \cdot e^{-2d_0(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \sum_{j=1}^3 \sum_{\ell=1}^3 B(\lambda, j, \ell) \cdot \cos^{Q(j, \ell)} \theta \cdot \rho_1^{R(j, \ell)} \cdot \tau_\ell(\lambda, \Omega_1, \Omega_2) \quad (30)$$

où les fonctions $\tau_\ell(\lambda, \Omega_1, \Omega_2)$ sont définies par

$$\mathcal{T}_1(\lambda, \Omega_1, \Omega_2) = Y_{2m(\lambda)}(\Omega_1)$$

$$\mathcal{T}_2(\lambda, \Omega_1, \Omega_2) = Y_{2m(\lambda)}(\Omega_2)$$

$$\mathcal{T}_3(\lambda, \Omega_1, \Omega_2) = \sum_{m_1, m_2} (1, m_1, 1, m_2 | 1, 1, 2, m(\lambda)) Y_{1m_1}(\Omega_1) Y_{1m_2}(\Omega_2)$$

et où la correspondance entre λ et $m(\lambda)$ se fait selon le tableau suivant

λ	4	5	6	7	8	9	10	11
$m(\lambda)$	2	1	0	-1	2	1	0	-1

CHAPITRE II - 5.

INTÉGRATION SUR LES FONCTIONS D'ESPACE

A) INTRODUCTION

En reprenant les expressions des amplitudes de diffusion simple F_1 (équation 26), double F_2 (équation 27) et triple F_3 (équation 28), nous voyons apparaître respectivement les trois intégrales sur les fonctions d'espace

$I_1 = \int d\vec{\rho}_1 \cdot d\vec{\rho}_2 \cdot e^{-i\sqrt{\frac{2}{3}} \vec{q} \cdot \vec{\rho}_{1\perp}} \cdot G_{\lambda}^*, G_{\lambda}$
$I_2 = \int d\vec{\rho}_1 \cdot d\vec{\rho}_2 \cdot e^{i((1/\sqrt{6})\vec{q} \cdot \vec{\rho}_{1\perp} + (1/\sqrt{2})\vec{q} \cdot \vec{\rho}_{2\perp})} \cdot G_{\lambda}^*, G_{\lambda} \int d^{(2)}\vec{q}_2 \cdot e^{-i\sqrt{2} \vec{q}_2 \cdot \vec{\rho}_{2\perp}}$
$I_3 = \int d\vec{\rho}_1 \cdot d\vec{\rho}_2 \cdot e^{-i\sqrt{\frac{2}{3}} \vec{q} \cdot \vec{\rho}_{1\perp}} \cdot G_{\lambda}^*, G_{\lambda} \int d^{(2)}\vec{q}_1 \cdot e^{i(\sqrt{\frac{3}{2}} \vec{\rho}_{1\perp} \cdot \vec{q}_1 + (1/\sqrt{2})\vec{\rho}_{2\perp} \cdot \vec{q}_1)} \\ \int d^{(2)}\vec{q}_2 \cdot e^{i(\sqrt{\frac{3}{2}} \vec{\rho}_{1\perp} \cdot \vec{q}_2 - (1/\sqrt{2})\vec{\rho}_{2\perp} \cdot \vec{q}_2)}$

Le calcul de ces expressions va se ramener à celui de trois types d'intégrales que nous mettrons sous une forme généralisée, utile pour un traitement automatique sur ordinateur.

B) INTÉGRATION POUR LA DIFFUSION SIMPLE

Etant donnés deux vecteurs quelconques $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$, nous développons $e^{i\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}$ en ondes partielles

$$e^{i\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2} = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} i^{\ell} j_{\ell}(V_1 V_2) Y_{\ell m}(\Omega_1) Y_{\ell m}^*(\Omega_2)$$

et en définissant un nouveau vecteur $\vec{q}_4$ (pour simplifier l'écriture) proportionnel à la composante normale de $\vec{q}$ soit

$$\vec{q}_4 = \begin{pmatrix} -\sqrt{2/3} q_x \\ -\sqrt{2/3} q_y \\ 0 \end{pmatrix}$$

nous écrivons I_1 sous la forme

$$I_1 = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} i^{\ell} Y_{\ell m}(\Omega_4) \int_0^{\infty} \rho_1^2 d\rho_1 j_{\ell}(q_4 \rho_1) \int_0^{\infty} \rho_2^2 d\rho_2 \int d\Omega_1 Y_{\ell m}^*(\Omega_1) \int d\Omega_2 G_{\lambda}^* G_{\lambda}$$

Remarque : Les fonctions G_{λ} s'expriment avec des fonctions Y_{1m} et Y_{2m} , ce qui limite considérablement la sommation sur ℓ .

C) INTÉGRATION POUR LA DIFFUSION DOUBLE

Une difficulté importante va surgir avec le calcul de l'intégrale du type

$$I = \int d^{(2)} \vec{V}_1 \cdot e^{i\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}$$

Nous étudions une telle intégrale dans l'appendice F. Nous aboutissons à l'expression simple :

$$I = \frac{1}{V_2^2} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha(n) Y_{2n,0}^*(\theta_{V_2}, \phi_{V_2})$$

avec

$$\alpha(n) = 4\pi \sqrt{\pi(4n+1)}$$

L'application numérique finale sur le calcul de I_2 montrera une convergence de l'amplitude de diffusion F_2 supérieure à 99 % dès que n atteint 10. Dans ces conditions, nous définissons deux nouveaux vecteurs $\vec{q}_5$ et $\vec{q}_6$ proportionnels à la composante normale de $\vec{q}$, soit

$$q_5 \begin{vmatrix} 1/\sqrt{6} q_x \\ 1/\sqrt{6} q_y \\ 0 \end{vmatrix} \quad q_6 \begin{vmatrix} 1/\sqrt{2} q_x \\ 1/\sqrt{2} q_y \\ 0 \end{vmatrix}$$

et en développant $e^{i\vec{q}_5 \cdot \vec{\rho}_1}$ et $e^{i\vec{q}_6 \cdot \vec{\rho}_2}$, nous aboutissons à l'expression de I_2

$$I_2 = 8\pi^2 \sum_n \sum_{\ell_1, m_1} \sum_{\ell_2, m_2} \alpha(n) \cdot i^{\ell_1 + \ell_2} \cdot Y_{\ell_1 m_1}(\Omega_5) Y_{\ell_2 m_2}(\Omega_6) \int_0^\infty \rho_1^2 \cdot d\rho_1 \cdot j_{\ell_1}(q_5 \rho_1) \int_0^\infty d\rho_2 \cdot j_{\ell_2}(q_6 \rho_2) \int d\Omega_1 \int d\Omega_2 Y_{\ell_1 m_1}^*(\Omega_1) Y_{\ell_2 m_2}^*(\Omega_2) Y_{2n,0}^*(\Omega_2) G_{\lambda}^* G_{\lambda}$$

D) INTÉGRATION POUR LA DIFFUSION TRIPLE

Pour aboutir à une expression de I_3 du même type que celles de I_1 et I_2 , nous faisons quelques approximations décrites dans l'appendice F où nous introduisons de nouveaux coefficients. Nous écrivons ici l'expression obtenue sans insister sur les détails de calcul, car nous serons amenés, pour les calculs numériques, à abandonner une forme aussi lourde

$$I_3 \approx 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{p=-\ell}^{\ell} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{\lambda=0}^{2m} \sum_{m_{\lambda}=-\lambda}^{\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{2n} \sum_{m_{\mu}=-\mu}^{\mu} i^{\ell} \cdot (-1)^{2n-\mu} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\lambda+\mu} \cdot (-1/\sqrt{2})^{2m-\lambda+2n-\mu} \alpha(m) \cdot \alpha(n) \cdot \beta(m, \lambda, m_{\lambda}) \cdot \beta(n, \mu, m_{\mu}) \int d\rho_1 d\rho_2 j_{\ell}(q_4 \rho_1) \frac{\rho_1^{\lambda+\mu+2} \rho_2^{2m-\lambda+2n-\mu+2}}{(\rho_1^2 + \rho_2^2)^{2n}} \int d\Omega_1 d\Omega_2 Y_{\ell, p}(\Omega_4) Y_{\ell, p}^*(\Omega_1) Y_{\lambda, m_{\lambda}}^*(\Omega_1) Y_{2m-\lambda, -m_{\lambda}}^*(\Omega_2) Y_{\mu, m_{\mu}}^*(\Omega_1) Y_{2n-\mu, -m_{\mu}}^*(\Omega_2) G_{\lambda}^* G_{\lambda}$$

E) EXPRESSIONS DES PRODUITS $G_{\lambda'}^*, G_{\lambda}$

A l'aide des formes généralisées de G_{λ} (29, 30), nous exprimons les produits $G_{\lambda'}^*, G_{\lambda}$ pour les différentes combinaisons des valeurs de λ' et λ (numérotation indiquée par le tableau 11).

1er cas : $1 \leq \lambda \leq 3, 1 \leq \lambda' \leq 3$:

$$G_{\lambda'}^*, G_{\lambda} = \sum_{k'=1}^8 \sum_{k=1}^8 A(\lambda', k') \cdot A(\lambda, k) \cdot \cos [P(k) + P(k')]_{\theta} \cdot \rho_1^{[M(k) + M(k')]} \cdot \rho_2^{[N(k) + N(k')]} \cdot e^{-[C(\lambda, k) + C(\lambda', k')](\rho_1^2 + \rho_2^2)}$$

2ème cas : $4 \leq \lambda \leq 11, 1 \leq \lambda' \leq 3$:

$$G_{\lambda'}^*, G_{\lambda} = \frac{4\pi}{3\sqrt{2}} D_0 C_m(\lambda) \sum_{k'=1}^8 \sum_{j=1}^3 \sum_{\ell=1}^3 A(\lambda', k') \cdot B(\lambda, j, \ell) \cdot \rho_1^{[M(k') + R(j, \ell)]} \cdot \rho_2^{[N(k') + S(j, \ell)]} \cdot e^{-[2d_0 + C(\lambda', k')](\rho_1^2 + \rho_2^2)} \cdot \cos [P(k') + Q(j, \ell)]_{\theta} \cdot \tau_{\ell}^{(\lambda, \Omega_1, \Omega_2)}$$

3ème cas : $1 \leq \lambda \leq 3, 4 \leq \lambda' \leq 11$:

$$G_{\lambda'}^*, G_{\lambda} = \frac{4\pi}{3\sqrt{2}} D_0 C_m(\lambda') \sum_{k=1}^8 \sum_{j'=1}^3 \sum_{\ell'=1}^3 A(\lambda, k) \cdot B(\lambda', j', \ell') \cdot \rho_1^{[M(k) + R(j', \ell')]} \cdot \rho_2^{[N(k) + S(j', \ell')]} \cdot e^{-[2d_0 + C(\lambda, k)](\rho_1^2 + \rho_2^2)} \cdot \cos [P(k) + Q(j', \ell')]_{\theta} \cdot \tau_{\ell'}^*(\lambda', \Omega_1, \Omega_2)$$

4ème cas : $4 \leq \lambda \leq 11, 4 \leq \lambda' \leq 11$:

$$G_{\lambda'}^*, G_{\lambda} = \left(\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}\right)^2 \cdot D_0^2 \cdot C_m(\lambda) C_m(\lambda') \sum_{j=1}^3 \sum_{j'=1}^3 \sum_{\ell=1}^3 \sum_{\ell'=1}^3 B(\lambda, j, \ell) \cdot B(\lambda', j', \ell') \cdot \rho_1^{[R(j, \ell) + R(j', \ell')]} \cdot \rho_2^{[S(j, \ell) + S(j', \ell')]} \cdot e^{-4d_0(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \cdot \cos [Q(j, \ell) + Q(j', \ell')]_{\theta} \cdot \tau_{\ell'}^* \tau_{\ell}$$

F) BILAN DES DIFFÉRENTS TYPES D'INTÉGRALES INTERVENANT DANS LE CALCUL

Nous traiterons par la suite la diffusion triple de manière simplifiée et nous nous limitons ici au calcul de I_1 et I_2 .

Les intégrales sur les variables radiales ρ_1 et ρ_2 sont de deux types : nous les appelons RADJ et RADK, et elles sont définies par

$$\boxed{\begin{array}{l} \int_0^\infty x^u e^{-vx^2} dx = \text{RADJ}(u, v) \\ \int_0^\infty x^u j_w(yx) e^{-vx^2} dx = \text{RADK}(u, v | w, y) \end{array}}$$

Nous effectuons le calcul de ces intégrales dans l'appendice G.

Pour exprimer les intégrales sur les variables angulaires, nous adoptons une représentation qui traduit la forme générale de l'intégrale

$$\boxed{\int d\Omega_1 d\Omega_2 \cdot \cos^{|P|} \Theta \cdot \underbrace{Y_{\ell_1(1), m_1(1)}(\Omega_1) \dots Y_{\ell_2(2), m_2(2)}(\Omega_2) \dots}_{\substack{\text{produit de} \\ L \text{ fonctions}}} = \text{ANG}(P, L, M | \underbrace{\ell_1(1) \dots m_1(1)}_{\substack{\text{indices des} \\ Y(\Omega_1)}} | \underbrace{\ell_2(2) \dots m_2(2) \dots}_{\substack{\text{indices des} \\ Y(\Omega_2)}} \dots)}$$

Les seules valeurs de P qui interviennent sont 0, 1 et 2. A partir du développement des polynômes de Legendre

$$P_\ell(\cos \Theta) = \frac{4\pi}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{+\ell} Y_{\ell m}^*(\theta_1, \phi_1) Y_{\ell m}(\theta_2, \phi_2)$$

nous établissons les expressions suivantes de $\cos \Theta$ et $\cos^2 \Theta$

$$\cos \Theta = \frac{4\pi}{3} [Y_{1,0}(\Omega_1)Y_{1,0}(\Omega_2) - Y_{1,1}(\Omega_1)Y_{1,-1}(\Omega_2) - Y_{1,-1}(\Omega_1)Y_{1,1}(\Omega_2)]$$

$$\cos^2 \Theta = \frac{1}{3} + \frac{8\pi}{15} [Y_{2,2}(\Omega_1)Y_{2,-2}(\Omega_2) + Y_{2,-2}(\Omega_1)Y_{2,2}(\Omega_2) - Y_{2,1}(\Omega_1)Y_{2,-1}(\Omega_2) - Y_{2,-1}(\Omega_1)Y_{2,1}(\Omega_2) + Y_{2,0}(\Omega_1)Y_{2,0}(\Omega_2)]$$

ce qui ramène toutes les intégrales sur les variables angulaires à des intégrales sur des produits de n harmoniques sphériques. Nous les noterons

$$\text{SPH}_n(\ell(1) \dots \ell(n) | m(1) \dots m(n))$$

avec, pour arguments, la suite des indices des harmoniques sphériques. Nous calculons, dans l'appendice H, les fonctions SPHn.

A partir de là, nous pouvons écrire les intégrales d'espace sous la forme utilisable dans un programme pour ordinateur. Nous ajoutons aux termes I_1 , I_2 et I_3 un deuxième indice pour indiquer dans quel groupement se trouvent les valeurs de λ' et λ , ce qui donne le tableau 12

Tableau 12. - Classification des intégrales sur les variables d'espace

	Diffusion simple	Diffusion double	(Diffusion triple)
$1 \leq \lambda \leq 3$ $1 \leq \lambda' \leq 3$	I_{11}	I_{21}	(I_{31})
$4 \leq \lambda \leq 11$ $1 \leq \lambda' \leq 3$	I_{12}	I_{22}	(I_{32})
$1 \leq \lambda \leq 3$ $4 \leq \lambda' \leq 11$	I_{13}	I_{23}	(I_{33})
$4 \leq \lambda \leq 11$ $4 \leq \lambda' \leq 11$	I_{14}	I_{24}	(I_{34})

Nous écrivons ici les expressions obtenues pour I_{11} et I_{21} qui sont les intégrales essentielles concernant la diffusion simple et la diffusion double pour l'état S.

$$\begin{aligned}
 I_{11}(\lambda', \lambda) = & 4\pi \sum_{\ell=0}^2 \sum_{m=-\ell}^{\ell} (-1)^m i^{\ell} Y_{\ell,m}(\theta_{q_4}, \phi_{q_4}) \sum_{k'=1}^8 \sum_{k=1}^8 A(\lambda', k') A(\lambda, k) \\
 & \times \text{RADK} [M(k) + M(k') + 2, C(\lambda, k) + C(\lambda', k') | \ell, q_4] \\
 & \times \text{RADJ} [N(k) + N(k') + 2, C(\lambda, k) + C(\lambda', k')] \\
 & \times \text{ANG} [P(k) + P(k'), 1, 0 | \ell; -m | -]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{21}(\lambda', \lambda) = & 8\pi^2 \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{\ell_1, m_1} \sum_{\ell_2, m_2} \alpha(n) i^{(\ell_1 + \ell_2)} Y_{\ell_1, m_1}(\theta_{q_5}, \phi_{q_5}) Y_{\ell_2, m_2}(\theta_{q_6}, \phi_{q_6}) \\
 & (-1)^{(m_1 + m_2)} \sum_{k'=1}^8 \sum_{k=1}^8 A(\lambda', k') A(\lambda, k) \\
 & \times \text{RADK} [M(k) + M(k') + 2, C(\lambda, k) + C(\lambda', k'), \ell_1, q_5] \\
 & \times \text{RADK} [N(k) + N(k'), C(\lambda, k) + C(\lambda', k'), \ell_2, q_6] \\
 & \times \text{ANG} [P(k) + P(k'), 1, 2 | \ell_1; -m_1 | \ell_2, 2n; -m_2, 0]
 \end{aligned}$$

Nous donnons dans l'appendice I les expressions des autres intégrales de diffusion simple et de diffusion double faisant intervenir l'état D du noyau.

CHAPITRE II - 6.

AMPLITUDE DE DIFFUSION ÉLASTIQUE NUCLÉON-NUCLÉON

A) INTRODUCTION

La forme la plus générale de la matrice de diffusion pour deux particules de spin $1/2$ a été donnée par Wolfenstein et Ashkin (⁶⁵). Les éléments de cette matrice peuvent s'exprimer en termes de déphasages. L'analyse en déphasage a été faite jusqu'à l'onde H ($=5$) par McGrégor et al. de 350 MeV à 750 MeV pour p-p (⁶) et p-n (⁷). Par ailleurs, Bilen'kaya et al. (⁸) proposent des ensembles de déphasages à 605 MeV, également jusqu'à l'onde H. Pour apprécier la portée du choix des déphasages, nous allons calculer les sections efficaces différentielles de diffusion élastique et les polarisations p-p et p-n et utiliser également les résultats déjà cités sur p-d, à faible transfert. Nous écrivons, enfin, la forme de l'amplitude que nous utiliserons.

B) COEFFICIENTS DE WOLFENSTEIN

Pour la diffusion de deux particules identiques et en supposant l'indépendance de charge, la forme générale donnée par Wolfenstein se simplifie et, conformément aux notations de Stapp (⁶⁶), nous écrivons l'amplitude de diffusion du proton incident sur le $j^{\text{ième}}$ nucléon :

$$f_j = a_j + c_j (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{N} + \vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{N}) + m_j (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{N}) (\vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{N}) \\ + (g_j + h_j) (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{P}) (\vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{P}) + (g_j - h_j) (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{K}) (\vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{K})$$

Les opérateurs $\vec{\sigma}$ sont les opérateurs de spin où les indices (1) et (2) sont relatifs respectivement au nucléon incident et au nucléon cible.

Les vecteurs $\vec{N}$, $\vec{P}$, $\vec{K}$ forment un trièdre direct défini, dans le centre de masse nucléon-nucléon, à partir de la quantité de mouvement $\vec{K}$ du proton incident et de la quantité de mouvement $\vec{K}'$ du proton diffusé, par

$$\vec{N} = \frac{\vec{K}' \wedge \vec{K}}{|\vec{K}' \wedge \vec{K}|} \quad \vec{P} = \frac{\vec{K} + \vec{K}'}{|\vec{K} + \vec{K}'|} \quad \vec{K} = \frac{\vec{K} - \vec{K}'}{|\vec{K} - \vec{K}'|}$$

Stapp (⁶⁶) donne les expressions des coefficients dits "coefficients de Wolfenstein" a, c, m, g et h en fonction des éléments M_{ij} de la matrice de diffusion M. L'élément M_{ss} désignant l'état singulet et les indices -1, 0 et 1 désignant l'état triplet de spin résultant -1, 0 ou 1, les conditions d'invariance par renversement du temps, réflexion et rotation d'espace et rotation de spin isotopique permettent d'écrire

$$a = \frac{1}{4} (2M_{11} + M_{00} + M_{ss})$$

$$c = \frac{i\sqrt{2}}{4} (M_{10} - M_{01})$$

$$m = \frac{1}{4} (-2M_{1-1} + M_{00} - M_{ss})$$

$$g = \frac{1}{4} (M_{11} + M_{1-1} - M_{ss})$$

$$h = \frac{1}{4 \cos \theta} (M_{11} - M_{1-1} - M_{00})$$

avec $\theta = (\vec{K}, \vec{K}')$.

Les éléments de la matrice M antisymétrisée pour le système p-p ont été exprimés par Stapp et al. (⁶⁷). Si nous ne considérons pas les interactions coulombiennes, nous explicitons les coefficients de Wolfenstein pour un angle azimutal ϕ égal à zéro, dans le tableau 13 où les $P_\ell(\theta)$, $P_\ell^{(1)}(\theta)$ et $P_\ell^{(2)}(\theta)$ sont les polynômes de Legendre et les polynômes associés. Les déphasages $\delta_{\ell,j}$ sont les déphasages "barrés" de Stapp et al. (⁶⁷) et les ϵ_j déterminent les couplages entre deux états de même j ($\ell = j \pm 1$).

$\phi = 0$	$a_p = \frac{1}{4ik} \left\{ \sum_{\ell \text{ pair}} (2\ell+1) P_\ell(\theta) (e^{2i\delta_{\ell-1}} - 1) + \sum_{\ell \text{ impair}} P_\ell(\theta) \left[(2\ell+1) (e^{2i\delta_{\ell\ell-1}} + (2\ell+3) (\cos 2\epsilon_{\ell+1} \cdot e^{2i\delta_{\ell, \ell+1-1}}) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + (2\ell-1) (\cos 2\epsilon_{\ell-1} \cdot e^{2i\delta_{\ell, \ell-1-1}}) \right] \right\}$
$\phi = 0$	$c_p = \frac{1}{4k} \sum_{\ell \text{ impair}} P_\ell^{(1)}(\theta) \left\{ \left(\frac{2\ell+3}{\ell+1} \right) \cos 2\epsilon_{\ell+1} \cdot e^{2i\delta_{\ell, \ell+1-1}} - \left(\frac{2\ell-1}{\ell} \right) \cos 2\epsilon_{\ell-1} \cdot e^{2i\delta_{\ell, \ell-1-1}} - \left[\frac{2\ell+1}{\ell(\ell+1)} \right] e^{2i\delta_{\ell\ell}} \right\}$
$\phi = 0$	$m_p = \frac{i}{4k} \sum (2\ell+1) P_\ell(\theta) (e^{2i\delta_{\ell-1}} - 1) + \frac{i}{4k} \sum \left\{ \left[\frac{P_\ell^{(2)}(\theta)}{\ell+1} - (\ell+1) P_\ell(\theta) \right] (\cos 2\epsilon_{\ell+1} \cdot e^{2i\delta_{\ell, \ell+1-1}}) \right. \\ - \left[\frac{2\ell+1}{\ell(\ell+1)} \right] (e^{2i\delta_{\ell\ell-1}}) P_\ell^{(2)}(\theta) + \left[\frac{P_\ell^{(2)}(\theta)}{\ell} - \ell P_\ell(\theta) \right] (\cos 2\epsilon_{\ell-1} \cdot e^{2i\delta_{\ell, \ell-1-1}}) \\ - \left\{ [(\ell+1)(\ell+2)]^{-1/2} P_\ell^{(2)}(\theta) + [(\ell+1)(\ell+2)]^{1/2} P_\ell(\theta) \right\} i \sin 2\epsilon_{\ell+1} \cdot e^{i(\delta_{\ell+2, \ell+1} + \delta_{\ell, \ell+1})} \\ \left. - \left\{ [(\ell-1)\ell]^{-1/2} P_\ell^{(2)}(\theta) + [(\ell-1)\ell]^{1/2} P_\ell(\theta) \right\} i \sin 2\epsilon_{\ell-1} \cdot e^{i(\delta_{\ell, \ell-1} + \delta_{\ell-2, \ell-1})} \right\}$
$\phi = 0$	$g_p = \frac{i}{4k} \sum_{\ell \text{ pair}} (2\ell+1) P_\ell(\theta) (e^{2i\delta_{\ell-1}} - 1) + \frac{1}{8ik} \sum_{\ell \text{ impair}} \left\{ \left[(\ell+2) P_\ell(\theta) + \frac{P_\ell^{(2)}(\theta)}{(\ell+1)} \right] (\cos 2\epsilon_{\ell+1} \cdot e^{2i\delta_{\ell, \ell+1-1}}) \right. \\ + \left[(2\ell+1) P_\ell(\theta) - \frac{(2\ell+1)}{\ell(\ell+1)} P_\ell^{(2)}(\theta) \right] (e^{2i\delta_{\ell\ell-1}}) + \left[(\ell-1) P_\ell(\theta) + \frac{P_\ell^{(2)}(\theta)}{\ell} \right] (\cos 2\epsilon_{\ell-1} \cdot e^{2i\delta_{\ell, \ell-1-1}}) \\ - \left\{ [(\ell+1)(\ell+2)]^{1/2} P_\ell(\theta) + [(\ell+1)(\ell+2)]^{-1/2} P_\ell^{(2)}(\theta) \right\} i \sin 2\epsilon_{\ell+1} \cdot e^{i(\delta_{\ell+2, \ell+1} + \delta_{\ell, \ell+1})} \\ \left. - \left\{ [(\ell-1)\ell]^{1/2} P_\ell(\theta) + [(\ell-1)\ell]^{-1/2} P_\ell^{(2)}(\theta) \right\} i \sin 2\epsilon_{\ell-1} \cdot e^{i(\delta_{\ell, \ell-1} + \delta_{\ell-2, \ell-1})} \right\}$
$\phi = 0$	$h_p = \frac{1}{8ik \cos \theta} \sum_{\ell \text{ impair}} \left\{ - \left[\ell P_\ell(\theta) + \frac{P_\ell^{(2)}(\theta)}{(\ell+1)} \right] (\cos 2\epsilon_{\ell+1} \cdot e^{2i\delta_{\ell, \ell+1-1}}) \right. \\ + \left[(2\ell+1) P_\ell(\theta) + \frac{2\ell+1}{\ell(\ell+1)} P_\ell^{(2)}(\theta) \right] (e^{2i\delta_{\ell\ell-1}}) - \left[(\ell+1) P_\ell(\theta) + \frac{P_\ell^{(2)}(\theta)}{\ell} \right] (\cos 2\epsilon_{\ell-1} \cdot e^{2i\delta_{\ell, \ell-1-1}}) \\ - \left\{ 3 [(\ell+1)(\ell+2)]^{1/2} P_\ell(\theta) - [(\ell+1)(\ell+2)]^{-1/2} P_\ell^{(2)}(\theta) \right\} i \sin 2\epsilon_{\ell+1} \cdot e^{i(\delta_{\ell+2, \ell+1} + \delta_{\ell, \ell+1})} \\ \left. - \left\{ 3 [(\ell-1)\ell]^{1/2} P_\ell(\theta) - [(\ell-1)\ell]^{-1/2} P_\ell^{(2)}(\theta) \right\} i \sin 2\epsilon_{\ell-1} \cdot e^{i(\delta_{\ell, \ell-1} + \delta_{\ell-2, \ell-1})} \right\}$

Tableau 13. - Expressions des coefficients de Wolfenstein (pour un angle azimuthal de diffusion égal à zéro)

Les expressions du tableau 13 sont valables pour le système p-p d'isospin I égal à 1. Nous obtenons les mêmes expressions pour I égal à 0 en modifiant les parités de ℓ sur les sommations ; les coefficients tels que a s'écriront alors pour le système p-n

$$a_n = \frac{1}{2} [\{a\}_{I=1} + \{a\}_{I=0}]$$

A 600 MeV, l'analyse en déphasages se complique du fait de la présence de canaux inélastiques. Pour représenter cette inélasticité, McGrégor et al. (6) ont choisi la paramétrisation suivante

$$\begin{aligned} e^{2i\delta_j} &\rightarrow \cos \rho_j \cdot e^{2i\delta_j} \\ e^{2i\delta_{\ell_j}} &\rightarrow \cos \rho_{\ell_j} \cdot e^{2i\delta_{\ell_j}} \end{aligned}$$

C) DÉPHASAGES À 600 MeV

Nous présentons les valeurs proposées par McGrégor et al. d'une part et Bilén'kaya et al. d'autre part dans le tableau 14 (les angles sont exprimés en degrés).

Nous pouvons remarquer qu'aucun paramètre d'élasticité n'est introduit pour $I = 0$.

D) CALCULS NUMÉRIQUES

Les coefficients principaux sont a (amplitude indépendante des spins) et c (coefficient de l'amplitude de spin-flip). Nous portons sur les figures 37 et 38 les courbes de variation en fonction du carré du quadrimoment de transfert, des parties réelles et des parties imaginaires des coefficients a et c obtenues avec les déphasages de McGrégor et al. (figure 37) et les déphasages de Bilén'kaya et al. (figure 38). Nous portons également sur la figure 39 les résultats obtenus avec les déphasages de McGrégor pour les coefficients m , g

Mc Gregor et al. (6 , 7)

Bilen' Kaya et al. (8)

I=1

$\delta_0 = -33.59$	$\delta_2 = 10.34$ $\rho_2 = 46.2$	$\delta_4 = 3.23$
$\delta_{11} = -44.84$ $\rho_{11} = 36.80$	$\delta_{33} = -2.68$ $\rho_{33} = 26.70$	$\delta_{55} = -1.26$
$\delta_{12} = 16.53$ $\rho_{12} = 0.08$	$\delta_{34} = 4.16$	$\delta_{56} = 1.16$
$\epsilon_2 = 0.19$	$\epsilon_4 = -0.65$	
$\delta_{10} = -35.28$	$\delta_{32} = -3.62$ $\rho_{32} = 2.10$	$\delta_{54} = 0.13$

$\delta_0 = -19.81$	$\delta_2 = 9.26$ $\rho_2 = 34.32$	$\delta_4 = 5.52$
$\delta_{11} = -29.95$	$\delta_{33} = 0.69$ $\rho_{33} = 16.20$	$\delta_{55} = -3.21$
$\delta_{12} = 34.82$ $\rho_{12} = 24.42$	$\delta_{34} = 3.64$ $\rho_{34} = 21.52$	$\delta_{56} = -2.70$
$\epsilon_2 = 3.00$	$\epsilon_4 = 0.76$	
$\delta_{10} = -20.69$	$\delta_{32} = -4.20$ $\rho_{32} = 8.07$	$\delta_{54} = -2.15$

I=0

	$\delta_1 = -22.45$	$\delta_3 = -12.06$
	$\delta_{22} = 14.82$	$\delta_{45} = 7.61$
$\delta_{01} = 1.39$ $\epsilon_1 = -7.93$	$\delta_{23} = -4.07$ $\epsilon_3 = 10.67$	$\delta_{45} = -1.88$
	$\delta_{21} = -60.13$	$\delta_{43} = 2.70$

	$\delta_1 = -27.30$	$\delta_3 = -6.36$	$\delta_5 = -6.24$
	$\delta_{22} = 22.53$	$\delta_{45} = 6.02$	
$\delta_{01} = -17.40$ $\epsilon_1 = 9.48$	$\delta_{23} = -8.87$ $\epsilon_3 = 9.79$	$\delta_{45} = -7.02$	
	$\delta_{21} = -27.30$	$\delta_{43} = -6.13$	

Tableau 14. - Déphasages nucléon-nucléon à 600 MeV

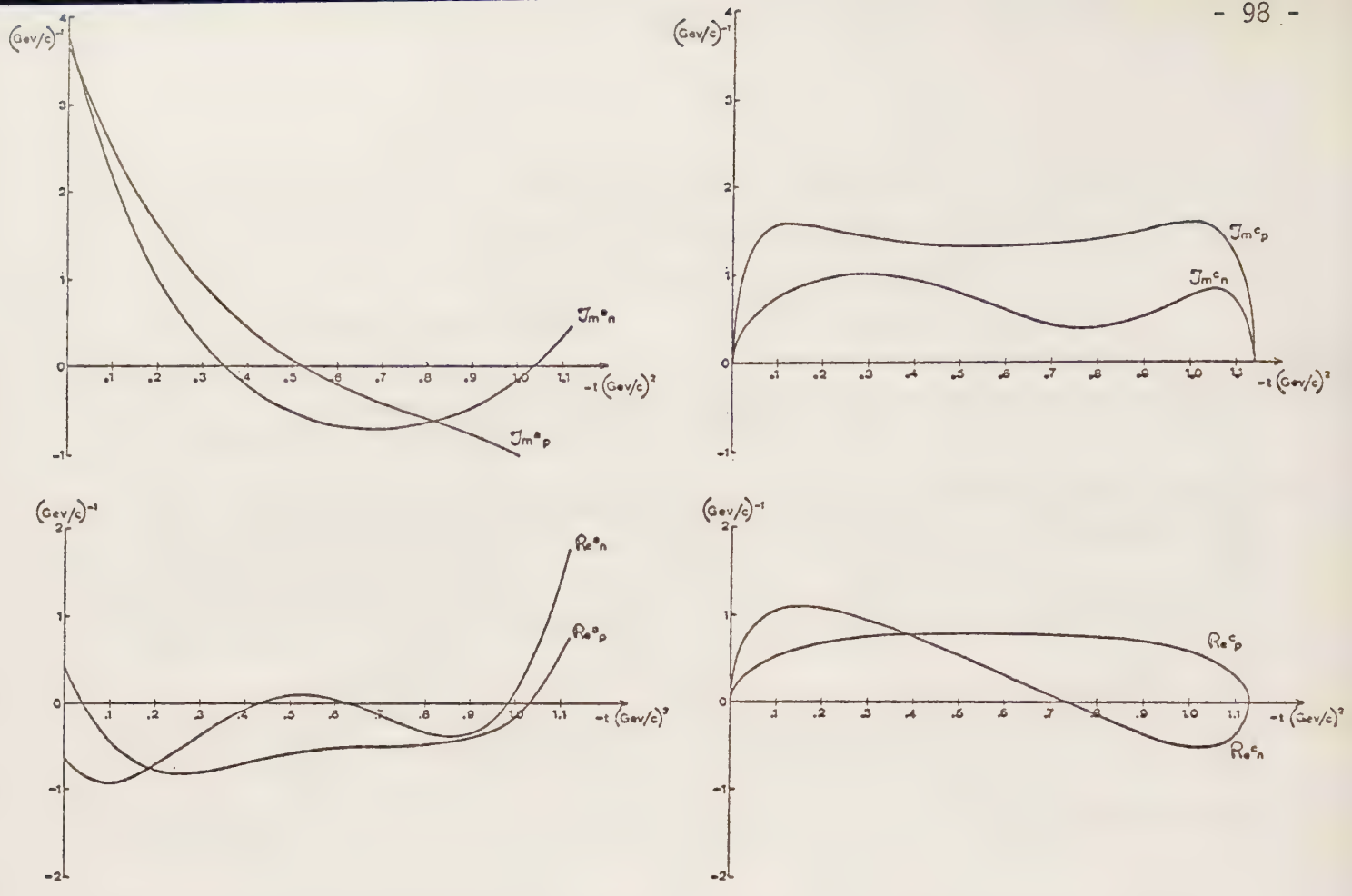


Figure 37. - Variations, en fonction de t , des parties réelles et des parties imaginaires des coefficients a et c pour p-p et p-n, d'après les déphasages de Mc Gregor et al. ^(6,7) ($\bar{a} \phi = 0$)

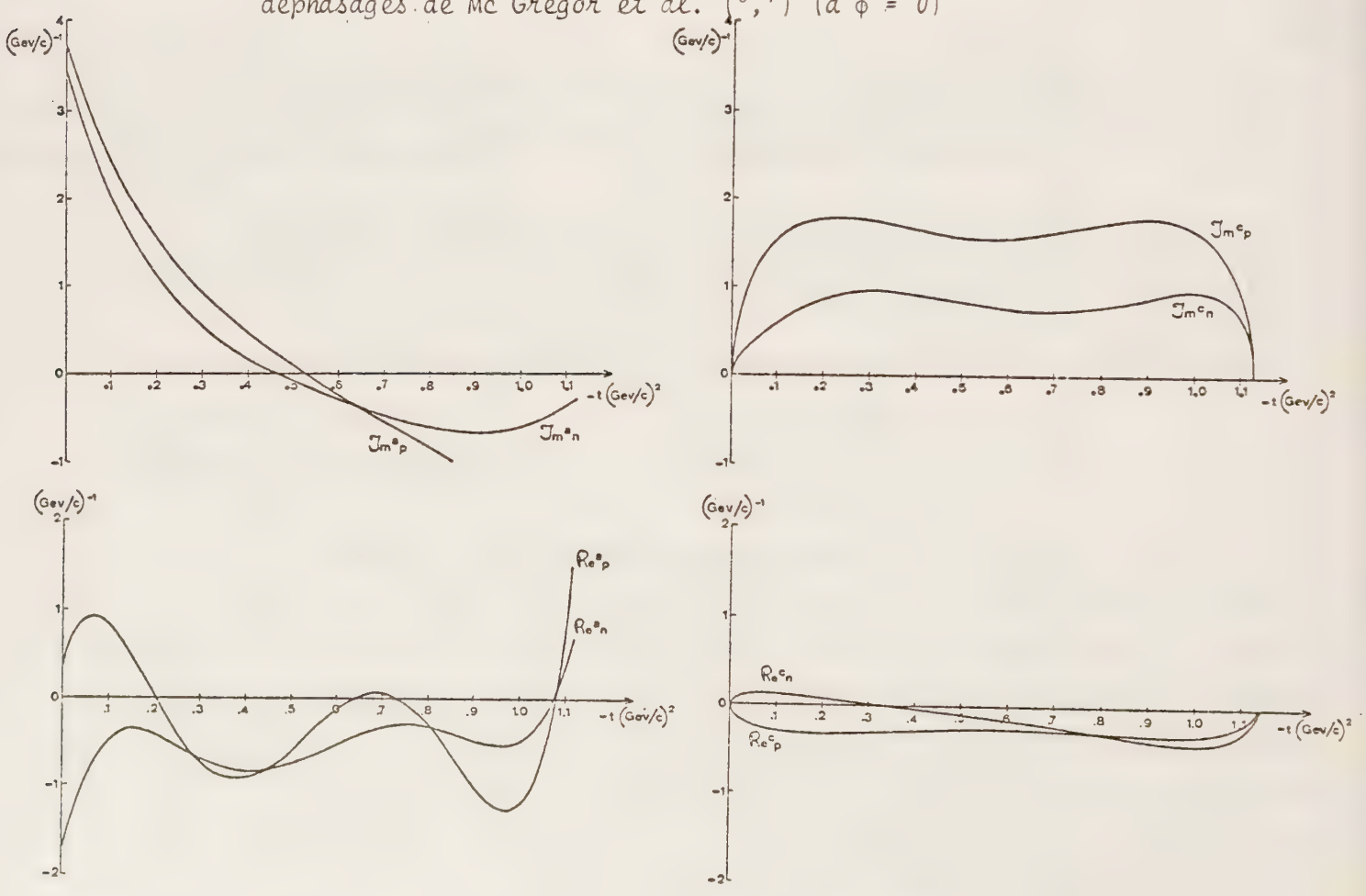


Figure 38. - Variations, en fonction de t , des parties réelles et des parties imaginaires des coefficients a et c pour p-p et p-n, d'après les déphasages de Bilen'kaya et al. ⁽⁸⁾ ($\bar{a} \phi = 0$)

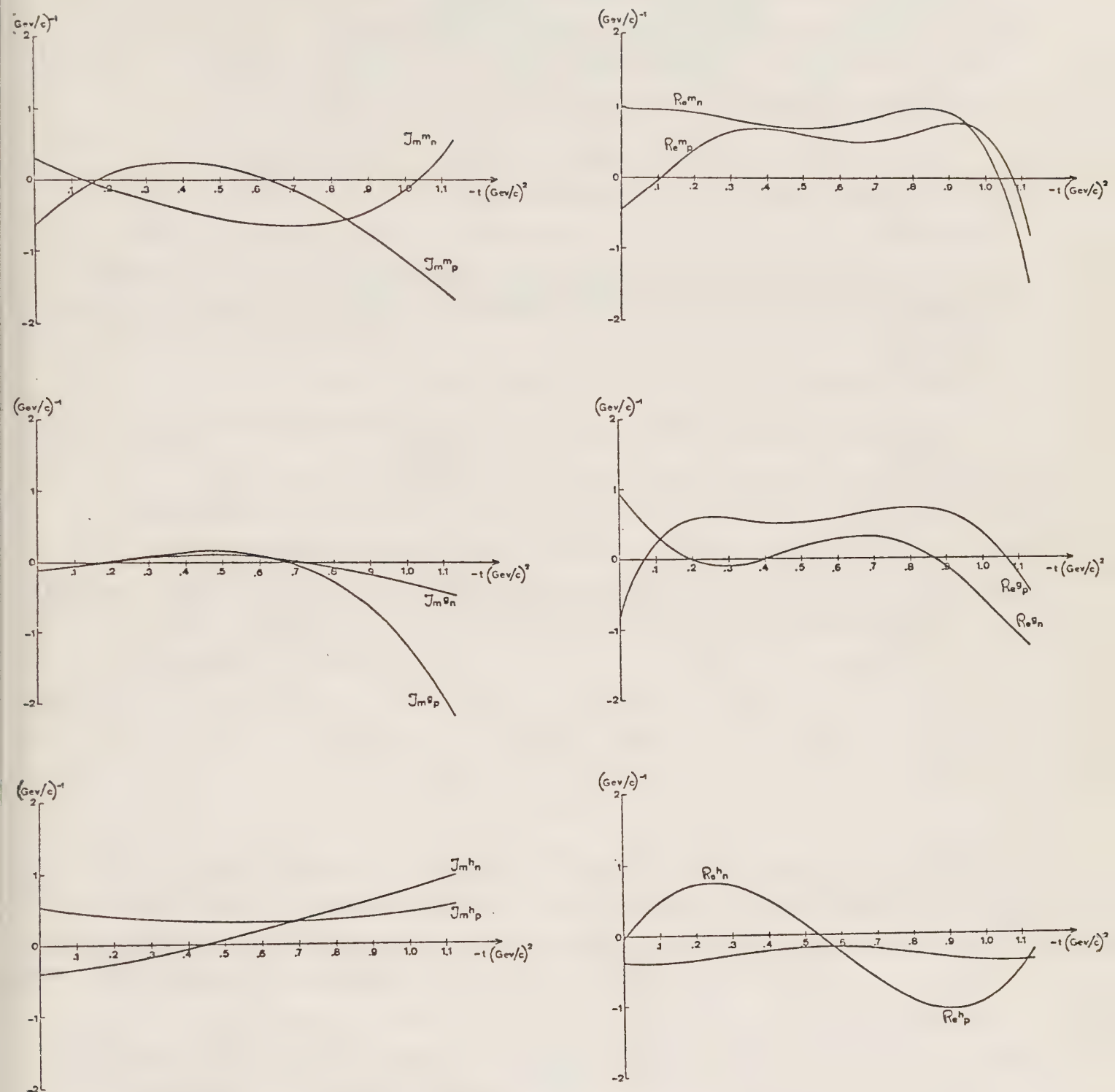
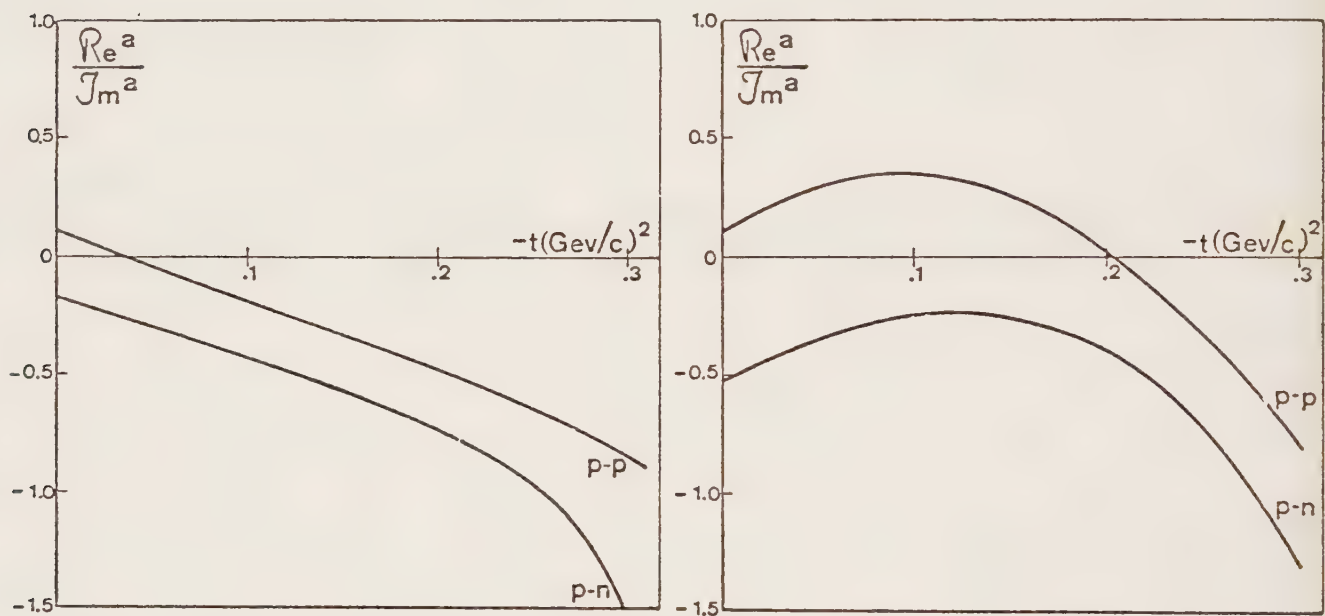


Figure 39. - Variations, en fonction de t , des parties réelles et des parties imaginaires des coefficients m , g , h , pour p - p et p - n d'après les déphasages de Mc Gregor et al. ^(6,7) ($\bar{a} \phi = 0$)

et h. Nous discuterons de l'impact des lois de variations de ces coefficients ainsi que des différences entre p-p et p-n sur la section efficace différentielle de diffusion élastique proton-noyau lors du calcul numérique de celle-ci. Nous pouvons néanmoins faire les constatations suivantes :

1. A très petit quadrimoment de transfert ($|t| < 0.02(\text{GeV}/c)^2$), la valeur largement dominante est la partie imaginaire de l'amplitude indépendante des spins a.

2. Le rapport partie réelle/partie imaginaire de a est une fonction rapidement variable de t (figure 40), résultat bien connu de la théorie des pôles de Regge.



(a) d'après les déphasages de McGrégor et al. (6,7) (b) d'après les déphasages de Bilen'kaya et al.

Figure 40. - Variation, en fonction de t, du rapport partie réelle/partie imaginaire de l'amplitude indépendante des spins, pour p-p et p-n.

Les lois de variation de $\text{Re } a_{p(n)} / \text{Im } a_{p(n)}$ déduits des déphasages de Bilen'kaya et al. sont très différentes de celles déduites des déphasages de McGrégor et al.

Nous notons les valeurs particulières à $t = 0$:

	déphasages McGrégor et al.	déphasages Bilen'kaya et al.	relations de dispersion ^(47, 48)
$R_e a_p / \text{Im } a_p$	0.11	0.10	0.38
$R_e a_n / \text{Im } a_n$	-0.17	-0.53	-0.24

Toutes ces valeurs sont très dispersées.

3. Le coefficient c prend une valeur importante vis à vis de celle de a dès que $|t| > 0.1(\text{GeV}/c)^2$.

4. Les valeurs des coefficients m , g et h ne sont pas négligeables.

5. La différence entre p - p et p - n est importante.

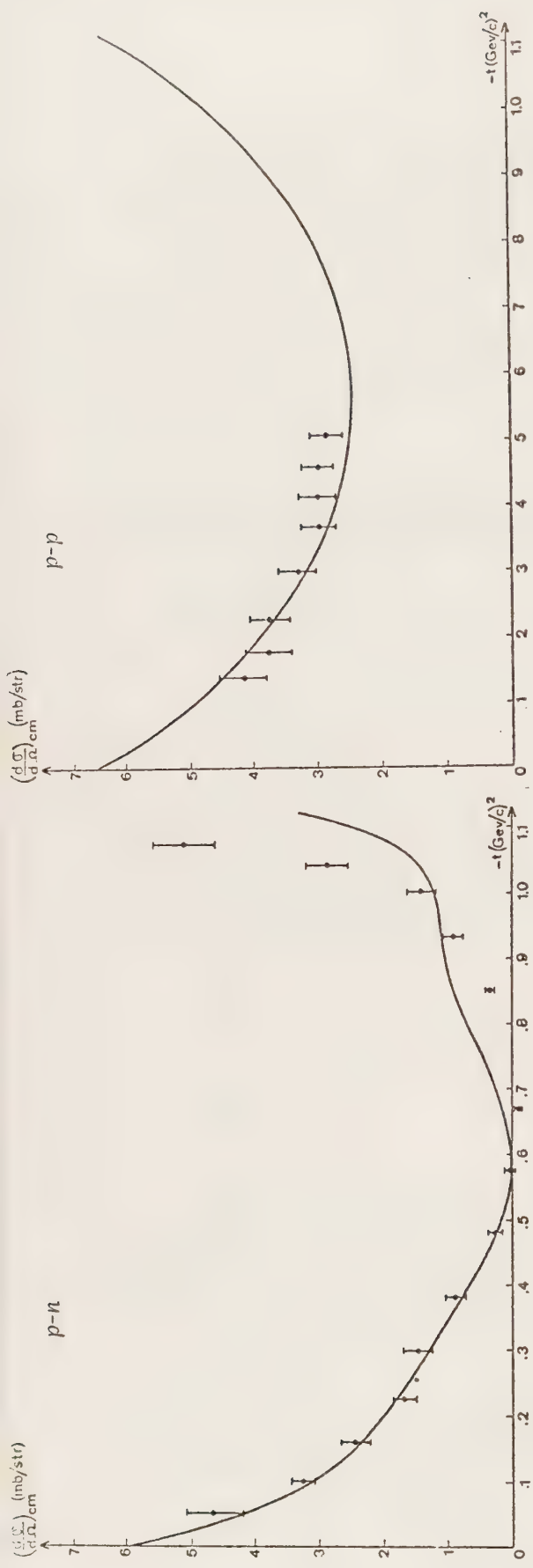
Pour tester la validité des valeurs obtenues par les déphasages pour les coefficients de Wolfenstein, nous calculons d'une part les sections efficaces différentielles de diffusion élastique p - p et p - n dont les expressions font intervenir les modules des cinq amplitudes, et d'autre part les polarisations p - p et p - n dont les expressions font intervenir les phases des coefficients a , c et m . Nous avons les relations

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{c.m.} = |a|^2 + 2|c|^2 + |m|^2 + 2|g|^2 + 2|h|^2$$

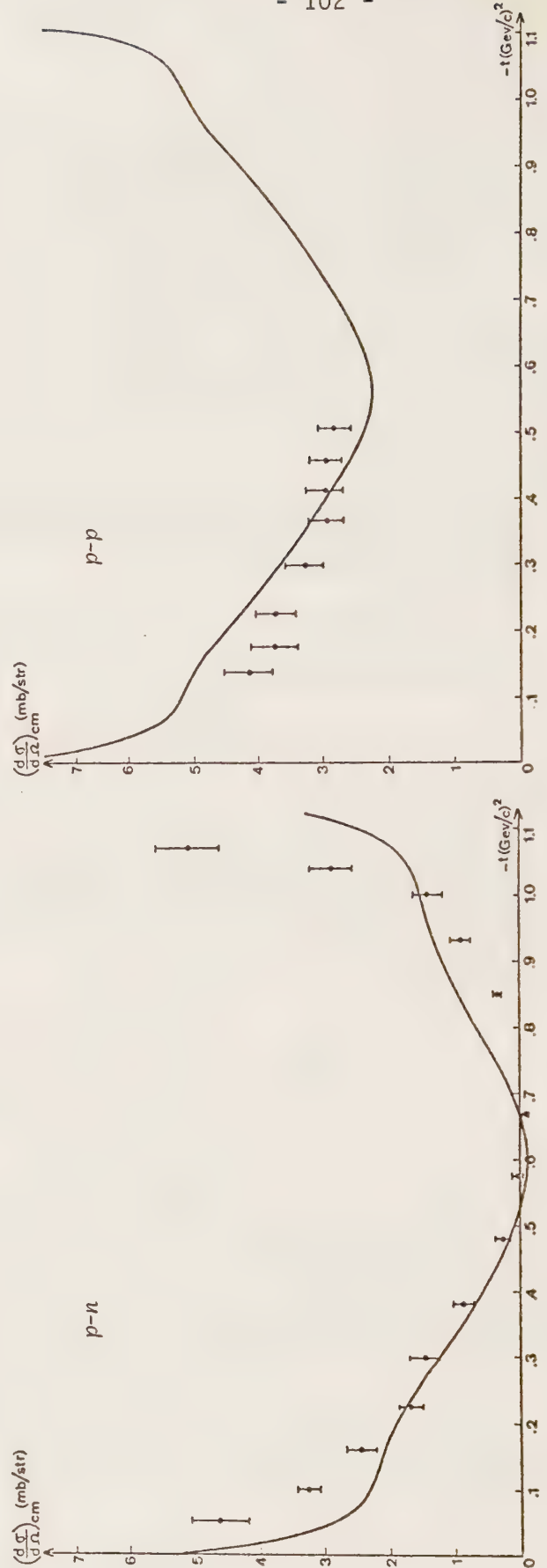
$$P = 2 R_e [\bar{c}^*(a+m)] / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$$

Nous pouvons alors comparer aux résultats expérimentaux ⁽⁴²⁾ sur les figures 41 et 42. Nous constatons un très bon accord pour $|t| < 0.6 (\text{GeV}/c)^2$ grâce aux déphasages de McGrégor et al. et l'accord est beaucoup moins favorable pour les déphasages de Bilen'kaya et al.

Nous rappelons que les déphasages de McGrégor et al. ont également donné un très bon accord avec l'expérience de diffusion élastique p - d , à faible quadrimoment de transfert (figure 30).

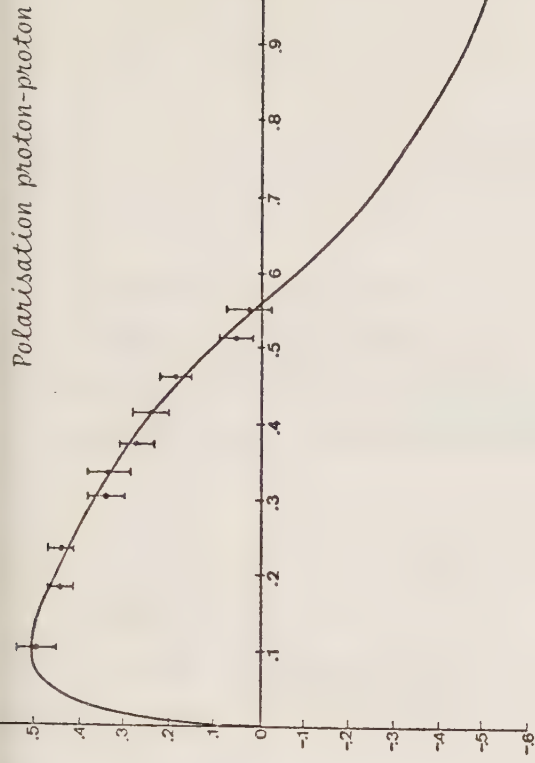
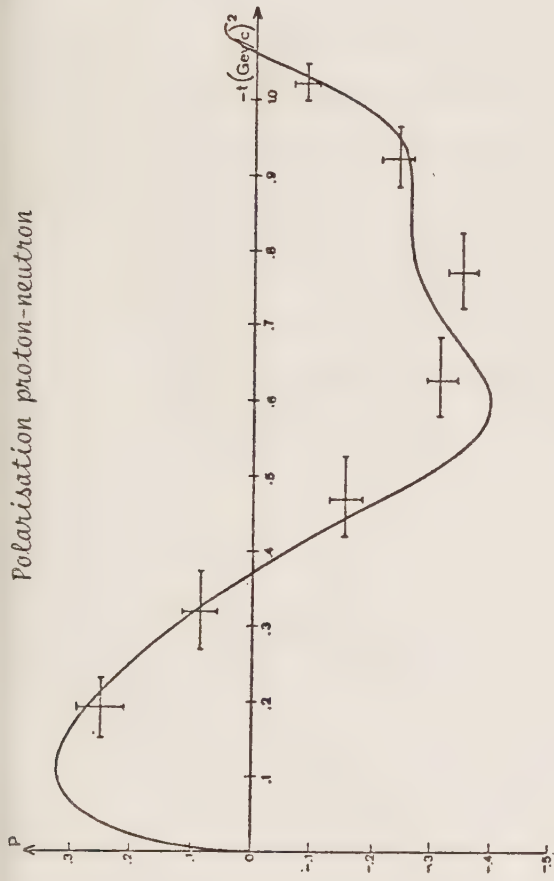


d'après les déphasages McGrégor et al.
(^{6,7})



d'après les déphasages Bilen'kaya et al.
(⁸)

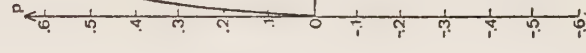
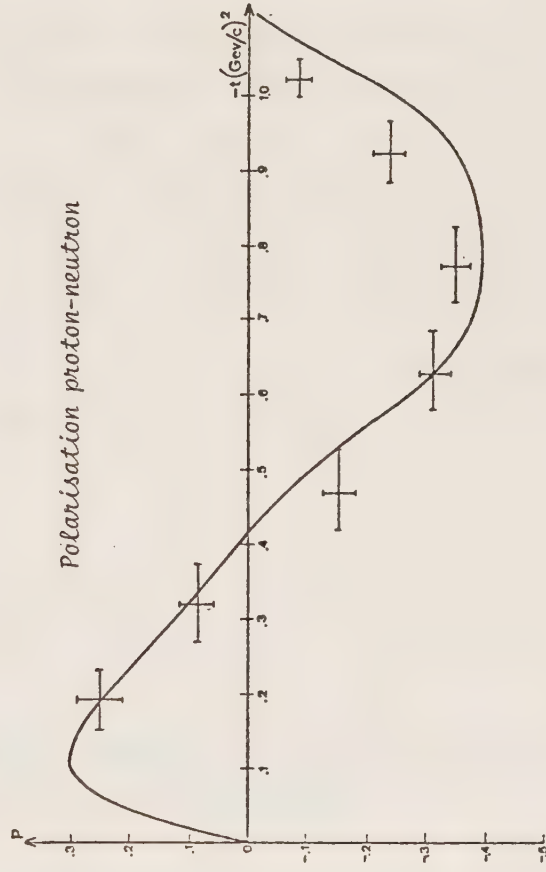
Figure 41. - Sections efficaces différentielles, dans le système centre de masse, de diffusion élastique p-p et p-n à 600 MeV.



Polarisation proton-neutron

Polarisation proton-proton

d'après les déphasages McGrégor et al.
(^{6,7})



Polarisation proton-neutron

Polarisation proton-proton

d'après les déphasages Bilen'kaya et al.
(⁸)

Figure 42. - Polarisation p-p et p-n à 600 MeV.

E) CHOIX DE LA FORME DE L'AMPLITUDE

Les coefficients $a_j, \dots, h_j$ dépendent du type de diffusion p-p ou p-n. Pour écrire l'amplitude de manière plus générale, nous introduisons des opérateurs de charge $\Theta_j(\alpha)$ qui détermineront, pour la diffusion sur le $j^{\text{ième}}$ nucléon, si le calcul se fait avec les coefficients pour proton ou neutron. Nous écrivons ainsi

$$f_j = \Theta_j(a) + (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{N} + \vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{N}) \Theta_j(c) + (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{N})(\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{N}) \Theta_j(m) \\ + (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{P})(\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{P}) \Theta_j(g+h) + (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{K})(\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{K}) \Theta_j(g-h) \quad (32)$$

CHAPITRE II - 7.

CALCUL DES TERMES $\langle \chi' \xi_\lambda, | \prod_j f_j(\vec{q}_j) | \xi_\lambda \chi \rangle$

A) INTRODUCTION

Nous avons vu au chapitre II.3 que le calcul des amplitudes de diffusion multiple (équations 26,27 et 28), se décompose en intégrales sur les fonctions d'espace et en termes du type $\langle \chi' \xi_\lambda, | \prod_j f_j(\vec{q}_j) | \xi_\lambda \chi \rangle$ qui font intervenir les fonctions de spin-isospin ξ_λ du noyau, la fonction de spin χ du proton et les amplitudes nucléon-nucléon $f_j(\vec{q}_j)$. Après avoir défini la fonction de spin du proton, nous étudions l'action des opérateurs de l'amplitude nucléon-nucléon sur les différentes fonctions de spin et d'isospin et nous aboutissons au calcul des termes de diffusion simple $\langle \chi' \xi_\lambda, | f_3 | \xi_\lambda \chi \rangle$, de diffusion double $\langle \chi' \xi_\lambda, | f_1 f_2 | \xi_\lambda \chi \rangle$ et de diffusion triple $\langle \chi' \xi_\lambda, | f_1 f_2 f_3 | \xi_\lambda \chi \rangle$.

B) FONCTION DE SPIN DU PROTON

Le faisceau de protons incident comme le faisceau diffusé n'étant pas polarisés, nous prenons comme fonction de spin du proton

$$\chi = \chi' = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi^{1/2} + \chi^{-1/2})$$

avec $\chi^{1/2} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = (+)$ et $\chi^{-1/2} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = (-)$.

C) ACTION DES OPÉRATEURS DE SPIN SUR LA FONCTION DE SPIN DU PROTON INCIDENT

Les opérateurs, définis dans l'amplitude de diffusion nucléon-nucléon, qui agissent sur la fonction de spin du proton incident sont (cf. équation 32)

$$\vec{\sigma}(1) \cdot \vec{N} \quad , \quad \vec{\sigma}(1) \cdot \vec{P} \quad \text{et} \quad \vec{\sigma}(1) \cdot \vec{K}$$

Nous appliquons les résultats élémentaires, connus, obtenus avec les matrices de Pauli

$$\begin{array}{lll} \sigma_x(+) = (-) & \sigma_y(+) = i(-) & \sigma_z(+) = (+) \\ \sigma_x(-) = (+) & \sigma_y(-) = -i(+) & \sigma_z(-) = -(-) \end{array}$$

ce qui donne

$$(\vec{\sigma}(1) \cdot \vec{N})(\chi) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(N_x + iN_y - N_z)\chi^{-1/2} + (N_x - iN_y + N_z)\chi^{1/2}]$$

soit

$$\boxed{\langle \chi' | \vec{\sigma}(1) \cdot \vec{N} | \chi \rangle = N_x}$$

et de même

$$\boxed{\langle \chi' | \vec{\sigma}(1) \cdot \vec{P} | \chi \rangle = P_x} \quad \text{et} \quad \boxed{\langle \chi' | \vec{\sigma}(1) \cdot \vec{K} | \chi \rangle = K_x}$$

Les composantes N_x , P_x et K_x dépendent de l'angle azimuthal ϕ (compté à partir du plan de diffusion ⁽⁶⁵⁾) de même que les coefficients de Wolfenstein (nous avons donné les valeurs de ces coefficients pour $\phi=0$ (ch.II.6)). Le résultat final de la section efficace différentielle de diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^3\text{H}$ sera donné après intégration sur tous les angles ϕ .

D) ACTION DES OPÉRATEURS DE SPIN SUR LES FONCTIONS DE SPIN DU NOYAU CIBLE

Nous utilisons la notation matricielle conçue pour l'élaboration de la fonction d'onde du noyau (ch.II.4) et nous exprimons l'action des opérateurs tels que $(\vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{N})$ sur la matrice $\{C\}$ sous la forme

$$(\vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{N}) \{C\} = [\alpha_j^{(N)}] \{C\}$$

En posant

$$N^{\pm} = N_x \pm iN_y$$

nous explicitons les matrices $[\alpha_j^{(N)}]$

$$[\alpha_1^{(N)}] = \begin{bmatrix} N_z & 0 & 0 & N^+ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_z & 0 & 0 & 0 & N^+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_z & 0 & 0 & 0 & N^+ & 0 \\ N^- & 0 & 0 & -N_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_z & 0 & 0 & N^+ \\ 0 & N^- & 0 & 0 & 0 & -N_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N^- & 0 & 0 & 0 & -N_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N^- & 0 & 0 & -N_z \end{bmatrix}, [\alpha_2^{(N)}] = \begin{bmatrix} N_z & 0 & N^+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_z & 0 & 0 & N^+ & 0 & 0 & 0 \\ N^- & 0 & -N_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_z & 0 & 0 & N^+ & 0 \\ 0 & N^- & 0 & 0 & -N_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_z & 0 & N^+ \\ 0 & 0 & 0 & N^- & 0 & 0 & -N_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N^- & 0 & -N_z \end{bmatrix}, [\alpha_3^{(N)}] = \begin{bmatrix} N_z & N^+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N^- & -N_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_z & 0 & N^+ & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_z & 0 & N^+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N^- & 0 & -N_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N^- & 0 & -N_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_z & N^+ \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N^- & -N_z \end{bmatrix}$$

Nous aurons de même les six matrices $[\alpha_j^{(P)}]$ et $[\alpha_j^{(K)}]$ correspondant aux opérateurs $(\vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{P})$ et $(\vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{K})$.

Nous pouvons dès lors exprimer l'action des opérateurs tels que $(\vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{N})$ sur la matrice des fonctions de spin $\{S\}$ par une matrice $[\mathcal{M}_j^{(N)}]$ telle que

$$(\vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{N}) \{S\} = (\vec{\sigma}_j^{(2)} \cdot \vec{N}) [\mathcal{S}] \{C\} = [\mathcal{S}] [\alpha_j^{(N)}] [\mathcal{S}]^{-1} \{S\} = [\mathcal{M}_j^{(N)}] \{S\}$$

E) ACTION DES OPÉRATEURS DE CHARGE SUR LES FONCTIONS D'ISOSPIN DU NOYAU

Nous avons introduit des opérateurs de charge tels que $\Theta_j(a)$ (équ.32) dans l'expression de l'amplitude nucléon-nucléon pour agir sur la matrice D des états de base d'isospin du noyau. Nous écrivons cette action, pour ${}^3\text{He}$, sous la forme matricielle

$$\Theta_j(a) \{D\} = [\beta_j(a)] \{D\}$$

avec

$$[\beta_1] = \begin{bmatrix} a_p & 0 & 0 \\ 0 & a_p & 0 \\ 0 & 0 & a_n \end{bmatrix} \quad [\beta_2] = \begin{bmatrix} a_p & 0 & 0 \\ 0 & a_n & 0 \\ 0 & 0 & a_p \end{bmatrix} \quad [\beta_3] = \begin{bmatrix} a_n & 0 & 0 \\ 0 & a_p & 0 \\ 0 & 0 & a_p \end{bmatrix}$$

Nous avons de même les matrices $[\beta_j(c)]$, $[\beta_j(m)]$, $[\beta_j(g+h)]$ et $[\beta_j(g-h)]$.

Nous pouvons dès lors exprimer l'action des opérateurs tels que $\Theta_j(a)$ sur la matrice des fonctions d'isospin $\{T\}$ par une matrice $\{\beta_j(a)\}$ telle que

$$\Theta_j(a) \{T\} = \Theta_j(a) [\tau] \{D\} = [\tau] [\beta_j(a)] [\tau]^{-1} \{T\} = [\mathcal{N}_j(a)] \{T\}$$

F) CALCUL DU TERME DE DIFFUSION SIMPLE $\langle \chi' | \varepsilon_\lambda | f_3 | \varepsilon_\lambda \chi \rangle$

Nous décomposons l'opérateur de diffusion f_3 en 6 opérateurs :

$$\Theta_3(a), (\vec{\sigma}_3^{(1)} \cdot \vec{N})_{\Theta_3(c)}, (\vec{\sigma}_3^{(2)} \cdot \vec{N})_{\Theta_3(c)}, (\vec{\sigma}_3^{(1)} \cdot \vec{N})(\vec{\sigma}_3^{(2)} \cdot \vec{N})_{\Theta_3(m)},$$

$$(\vec{\sigma}_3^{(1)} \cdot \vec{P})(\vec{\sigma}_3^{(2)} \cdot \vec{P})_{\Theta_3(g+h)} \text{ et } (\vec{\sigma}_3^{(1)} \cdot \vec{K})(\vec{\sigma}_3^{(2)} \cdot \vec{K})_{\Theta_3(g-h)}$$

dont les actions individuelles sur les fonctions de spin et sur les fonctions d'isospin du noyau sont représentées par 12 matrices $\mathcal{M}(i)$ et $\mathcal{N}(i)$ que nous écrivons

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}(1) &= [\mathcal{S}][1][\mathcal{S}]^{-1} \equiv |1| & \mathcal{N}(1) &= [\tau][\beta_3(a)][\tau]^{-1} \\
 \mathcal{M}(2) &= [\mathcal{S}]N_X[1][\mathcal{S}]^{-1} \equiv N_X|1| & \mathcal{N}(2) &= [\tau][\beta_3(c)][\tau]^{-1} \\
 \mathcal{M}(3) &= [\mathcal{S}][\alpha_3^{(N)}][\mathcal{S}]^{-1} & \mathcal{N}(3) &= [\tau][\beta_3(c)][\tau]^{-1} \\
 \mathcal{M}(4) &= [\mathcal{S}]N_X[\alpha_3^{(N)}][\mathcal{S}]^{-1} & \mathcal{N}(4) &= [\tau][\beta_3(m)][\tau]^{-1} \\
 \mathcal{M}(5) &= [\mathcal{S}]P_X[\alpha_3^{(P)}][\mathcal{S}]^{-1} & \mathcal{N}(5) &= [\tau][\beta_3(g+h)][\tau]^{-1} \\
 \mathcal{M}(6) &= [\mathcal{S}]K_X[\alpha_3^{(K)}][\mathcal{S}]^{-1} & \mathcal{N}(6) &= [\tau][\beta_3(g-h)][\tau]^{-1}
 \end{aligned}$$

et dont l'action totale sur la matrice $\{ST\}$ sera représentée par la somme des matrices $U(i)$ obtenues par produit tensoriel des matrices $\mathcal{M}(i)$ et $\mathcal{N}(i)$, soit

$$U(i) = \mathcal{M}(i) \otimes \mathcal{N}(i)$$

Nous obtenons ainsi l'action de l'opérateur de diffusion f_3 sur la matrice des fonctions de spin-isospin $\{\xi\}$ sous la forme d'une matrice V définie par la relation

$$f_3\{\xi\} = |K|^{-1} \left| \sum_i U(i) \right| |K|\{\xi\} = |V|\{\xi\}$$

La matrice $[V]$ est à 24 lignes et 24 colonnes et nous notons ses éléments $V_{\ell\ell'}$. Nous avons

$$f_3 \xi_\ell = \sum_{\ell'} V_{\ell\ell'} \xi_{\ell'}$$

Pour passer à la numérotation, il faut utiliser la correspondance entre λ et ℓ donnée par le tableau 11, ce qui donne

$$\langle \chi' \xi_\lambda | f_3 | \xi_\lambda \chi \rangle = V_{\ell(\lambda)\ell'(\lambda')}$$

G) CALCUL DU TERME DE DIFFUSION DOUBLE $\langle \chi' \xi_\lambda | f_1 f_2 | \xi_\lambda \chi \rangle$

Les opérateurs f_1 et f_2 s'écrivent :

$$f_2 = \theta_2(a) + (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{N}) \theta_2(c) + (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{N}) \theta_2(c) + (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{N}) (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{N}) \theta_2(m) + \dots$$

$$f_1 = \theta_1(a) + (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{N}) \theta_1(c) + (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{N}) \theta_1(c) + (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{N}) (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{N}) \theta_1(m) + \dots$$

Nous avons à faire agir 36 opérateurs. Nous voyons ici tout l'intérêt du calcul matriciel car le programme consistera à faire des boucles sur des produits de matrices. L'action des opérateurs de charge sera représentée par 36 produits de la forme

$$[\tau] [\beta_1(\alpha(I))] [\beta_2(\alpha(J))] [\tau]^{-1}$$

avec $\{\alpha(I)\} = \{a, c, m, g+h, g-h\}$

et l'action des opérateurs de spin sera représentée par des produits de la forme

$$[S] [\alpha_{1,2}^{(V(I))}] [S]^{-1}$$

et $[S] [\alpha_1^{(V(I))}] [\alpha_2^{(V(J))}] [S]^{-1}$

avec $\{V(I)\} = \{N, P, K\}$.

H) CALCUL DU TERME DE DIFFUSION TRIPLE $\langle \chi' \epsilon_{\lambda'} | f_1 f_2 f_3 | \epsilon_{\lambda} \chi \rangle$

Il suffit de faire agir successivement f_3 puis $f_1 f_2$. La programmation est simple mais présente l'inconvénient d'occuper de nombreuses mémoires d'ordinateur.

CHAPITRE II - 8.

RÉSULTATS ET DISCUSSION

A) INTRODUCTION

L'exploitation du programme de calcul relatif au traitement théorique que nous venons d'effectuer exige un certain choix dans l'utilisation des données et une progression dans l'emploi des résultats. Par ailleurs, des contraintes liées au temps de calcul sur ordinateur nous empêchent de tenir compte de tous les paramètres.

Dans une première étape, nous utilisons les données actuellement disponibles, c'est à dire les déphasages de McGrégor et al. (^{6,7}) et ceux de Bilen'kaya (⁸), et les fonctions d'ondes radiales de Samaranayake et Wilk (⁶⁴) déduites du facteur de forme de ³He. En fonction des désaccords observés entre les résultats du calcul de diffusion multiple et des données expérimentales, nous essayons les corrections proposées par différents auteurs tant sur les amplitudes nucléon-nucléon que sur le formalisme lui-même. Puis, ayant contrôlé la sensibilité de nos résultats à ces modifications, qui ne jouent pas un rôle décisif, nous concluons sur la possibilité de modifier les fonctions d'onde en proposant de nouveaux coefficients applicables à la diffusion de hadrons sur les noyaux ³He et ³H.

B) CARACTÉRISTIQUES DU CALCUL

Remarque : Nous avons illustré les lois de variation, en fonction du quadri-moment de transfert, des coefficients de Wolfenstein pour un angle azimuthal ϕ égal à zéro (figures 37, 38 et 39). Les résultats présentés dans ce chapitre ont été, bien entendu, obtenus après intégration sur tous les angles ϕ .

1. Traitement de la diffusion triple

Le formalisme matriciel est bien adapté au calcul de l'action des opérateurs de diffusion, mais les intégrations sur les fonctions des variables d'espace conduisent à des expressions trop lourdes pour être utilisées en diffusion triple. Par ailleurs, nous avons noté, au cours du traitement simplifié de la diffusion élastique proton-noyau (figure 26(a)) que le terme de diffusion triple a un effet peu sensible sur la section efficace différentielle avant le premier minimum et que nous pouvons le considérer comme une petite correction pour $|t| < 0.2 \text{ (GeV/c)}^2$; son effet devient, par contre, important dès le premier minimum car, dans ce domaine d'interférence, une petite correction sur les amplitudes peut modifier considérablement la section efficace différentielle (figure 26(c)). Cependant, nous avons admis, au cours du traitement général, de calculer chaque amplitude individuelle $f_1(\vec{q}_1)$, $f_2(\vec{q}_2)$ et $f_3(\vec{q}_3)$, au cours de la diffusion triple, pour un quadri-moment de transfert égal à $\vec{q}/3$ (équation 28) : pour avoir une formulation satisfaisante de la diffusion triple jusqu'au deuxième maximum de la section efficace différentielle obtenu pour $|t|$ voisin de 0.45 (GeV/c)^2 , il suffit de bien représenter les amplitudes de diffusion nucléon-nucléon jusqu'à $|t|$ voisin de 0.05 (GeV/c)^2 . L'observation des courbes de variation des coefficients de Wolfenstein (figures 37, 38, 39) montre que pour $|t| < 0.05 \text{ (GeV/c)}^2$ l'amplitude de diffusion nucléon-nucléon est presque entièrement dominée par l'amplitude indépendante des spins a dont nous pouvons représenter le module par une loi exponentielle en t . Nous traitons donc la diffusion triple selon le formalisme simplifié exprimé par l'équation (18), avec, pour expression de F_3 , celle donnée dans l'appendice A. Nous ajustons les coefficients de pente β_p^2 et β_n^2 de façon à représenter au mieux le module de l'amplitude a par une

exponentielle en t jusqu'à $|t| = 0.05 \text{ (GeV/c)}^2$ et nous prenons comme rapport partie réelle/partie imaginaire de l'amplitude, celui obtenu à transfert nul (figure 40). Nous choisissons par ailleurs la valeur de R qui donne la meilleure position du minimum de section efficace différentielle (figures 32 et 33). Nous obtenons ainsi les valeurs portées dans le tableau suivant

σ (mb)	σ_n (mb)	$R_{^3\text{He}}$ (fm)	$R_{^3\text{H}}$ (fm)	β_p^2 $(\text{GeV/c})^{-2}$	β_n^2 $(\text{GeV/c})^{-2}$	ρ_p	ρ_n
37	36	1.51	1.68	2.71	5.49	0.11	-0.17
				7.65	8.93	0.10	-0.53

2. Etats nucléaires utilisés

Le programme de calcul a été mis au point pour étudier l'ensemble des états S, S' et D, mais l'application pratique doit être limitée en raison des temps de calcul : lorsque nous incluons l'état D, cela nécessite 20 minutes de CDC 7600 pour obtenir une valeur de section efficace. Mais Baier et Samaranayake (⁶⁸) ont évalué l'effet de l'état D dans le cas de la diffusion élastique de pions de 2.01 GeV/c sur l'hélium 3 : ils ont conclu que son influence est négligeable (figure 43). Nous renonçons donc, dans l'état actuel

de notre formalisme, à introduire l'état D. Nous admettons que les deux amplitudes dominantes a et c ont un rôle analogue sur l'état D à celui calculé par Samaranayake et al. avec des pions où seules ces deux amplitudes subsistent (amplitude simple et amplitude de "spin-flip").

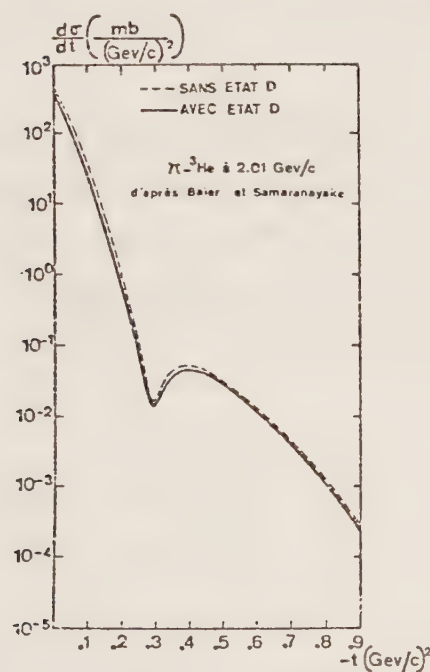


Figure 43. - Influence de l'état D sur la diffusion élastique π - ^3He à 2.01 GeV/c d'après Baier et Samaranayake (⁶⁸).

Par ailleurs, les amplitudes de diffusion dues à l'état S' nous sont apparues comme totalement négligeables devant celles dues à l'état S ;

L'état S' n'interviendra que par la normalisation de la fonction d'onde totale influencée par les poids statistiques accordés aux différents états. Nous conservons uniquement une fonction d'onde à 100 % d'état S, l'état S' pouvant être inclus grâce à un simple facteur de normalisation (le poids statistique de l'état S' est en général évalué à moins de 2 %).

3. Passage du calcul de p-³He à celui de p-³H

Nous avons décrit le formalisme de la diffusion élastique p-³He. Le passage au cas de la diffusion p-³H est très simple. Il suffit de réécrire les fonctions d'isospin avec $T_z = -1/2$ et les états de base d'isospin (- - +), (- + -) et (+ - -). Par ailleurs, il faut intervertir les rôles des coefficients tels que a_p et a_n dans les matrices $[\beta_i(a)]$ qui traduisent l'action des opérateurs de charge sur les états de base d'isospin du noyau.

C) DIFFUSION ÉLASTIQUE p-³He ET p-³H À 600 MeV AVEC LES FONCTIONS RADIALES DE SAMARANAYAKE ET WILK (64)

Nous avons élaboré notre calcul en prenant les fonctions radiales sous la forme adoptée par Samaranayake et Wilk. Rappelons l'équation qui exprime la fonction essentielle, celle de l'état S, soit

$$f_1 = U_0 e^{-\frac{3}{2} a_0^2 (\rho_1^2 + \rho_2^2)} \left[1 - C_0 e^{-\frac{3}{2} b_0^2 (\rho_1^2 + \rho_2^2)} \right] \quad (33)$$

avec $a_0^2 = 0.216 \text{ fm}^{-2}$

$b_0^2 = 0.486 \text{ fm}^{-2}$

$C_0 = 1.56$

Quant aux amplitudes nucléon-nucléon, nous avons le choix entre deux séries de déphasages. Nous avons testé les déphasages de McGrégor et al. (6,7) sur les diffusions élastiques et les polarisations p-p et p-n (figures 41 et 42) ainsi que sur la diffusion élastique p-d à faible quadrimoment de transfert (fig.

dans la zone d'interférence Coulomb-nucléaire : l'accord entre les résultats expérimentaux et la théorie a toujours été satisfaisant dans la zone de quadrimoment de transfert utile. Les déphasages de Bilen'kaya et al. (⁸) sont beaucoup moins favorables mais ils ont parfois été utilisés avec un certain succès ailleurs et nous continuerons à donner les résultats obtenus avec eux.

Nous montrons sur les figures 44, 45, 46 et 47 les courbes de section efficace différentielle élastique $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^3\text{H}$ à 600 MeV, obtenues avec les données que nous venons de citer.

Selon les déphasages choisis, nous sommes conduits aux constatations suivantes :

1. Déphasages de McGrégor et al. (^{6,7})

a) pour ^3He : l'allure générale de la courbe théorique respecte celle de la courbe expérimentale, mais sa pente est trop forte.

b) pour ^3H : l'accord "théorie-expérience" est très satisfaisant pour tous les quadrimoments de transfert, avec un minimum théorique un peu trop accentué.

2. Déphasages de Bilen'kaya et al. (⁸)

a) pour ^3He : l'allure générale de la courbe expérimentale n'est pas reproduite. En particulier, le relief entre le premier minimum et le deuxième minimum est atténué, et le minimum a presque disparu. Par ailleurs, dans la zone où la diffusion double domine, la courbe théorique décroît trop rapidement.

b) pour ^3H : la courbe théorique est proche de la courbe expérimentale mais elle présente un décalage, par défaut, sur tous les quadrimoments de transfert, de l'ordre de 20 % (nous avons également montré (figure 41) que la section efficace différentielle $p\text{-}n$ est sous-évaluée à $|t| < 0.2(\text{GeV}/c)^2$).

Pour avancer dans l'interprétation théorique, il convient d'analyser plus en détail les résultats précédents. Nous savons que notre calcul

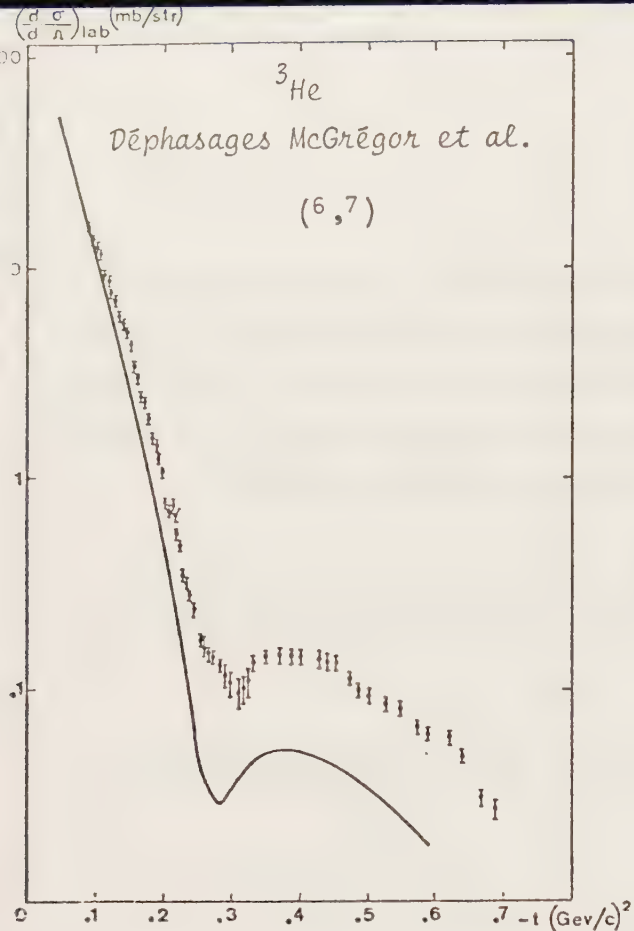


Figure 44. - Diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ à 600 MeV (utilisation des fonctions radiales de Samaranayake et Wilk (64))

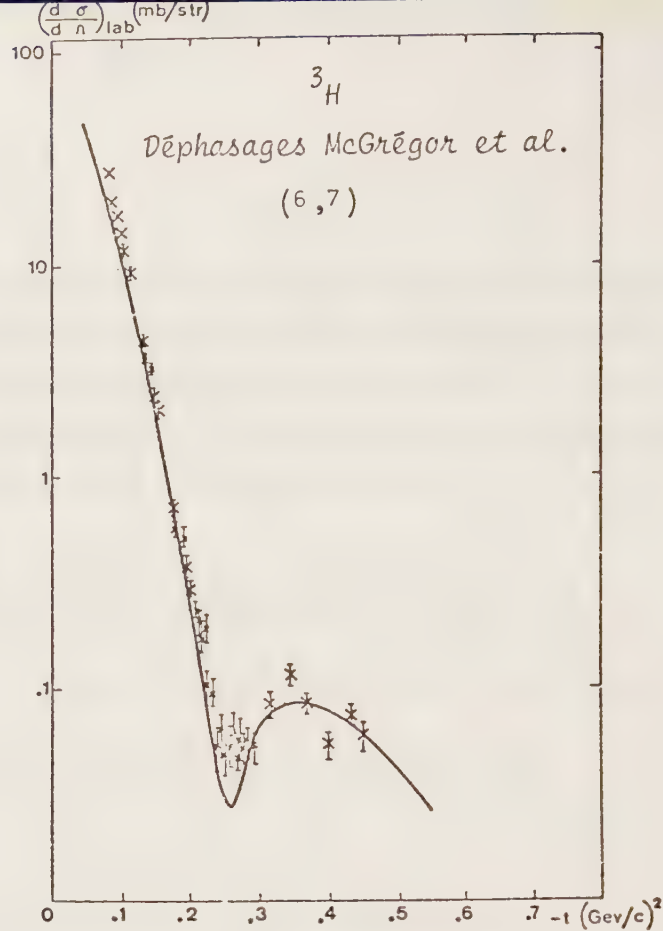


Figure 45. - Diffusion élastique $p\text{-}^3\text{H}$ à 600 MeV (utilisation des fonctions radiales de Samaranayake et Wilk (64))

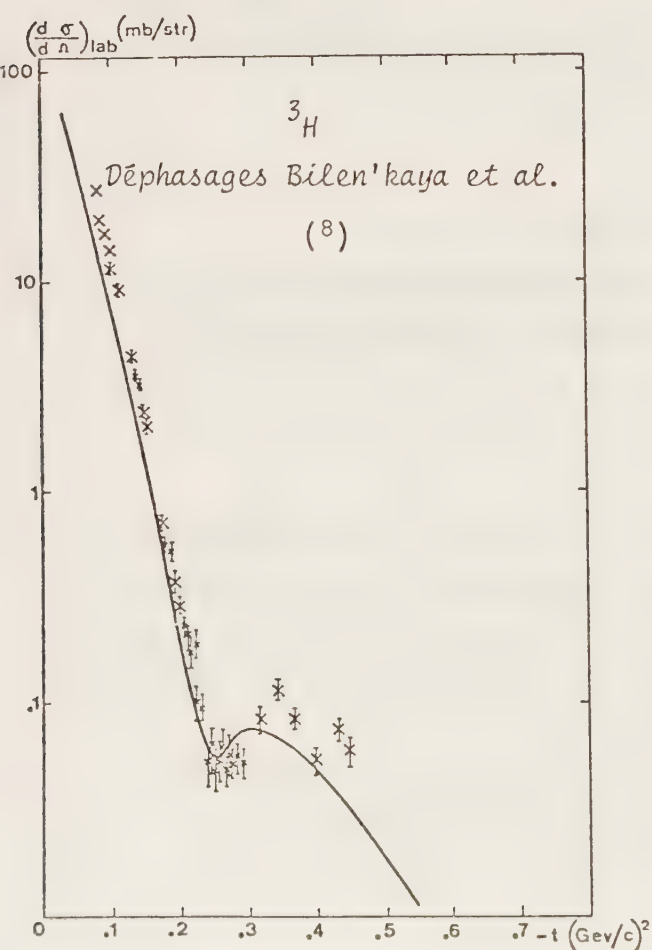


Figure 46. - Diffusion élastique $p\text{-}^3\text{H}$ à 600 MeV (utilisation des fonctions radiales de Samaranayake et Wilk (64))

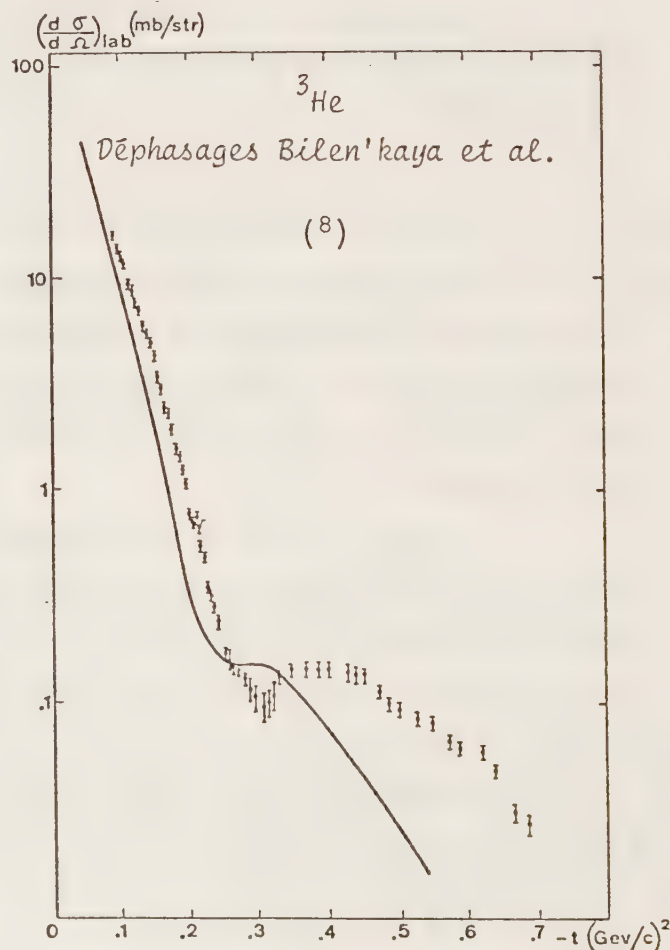


Figure 47. - Diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ à 600 MeV (utilisation des fonctions radiales de Samaranayake et Wilk (64))

s'organise autour de trois axes principaux : les amplitudes nucléon-nucléon, le formalisme utilisé lui-même et la fonction d'onde du noyau. C'est sur ces trois parties que nous allons appliquer certaines corrections.

D) DISCUSSION SUR LES AMPLITUDES NUCLÉON-NUCLÉON

Les tests nombreux et satisfaisants effectués avec les déphasages de McGrégor et al. ne nous permettent pas de contester leur validité ; il n'en est pas de même pour les déphasages de Bilen'kaya et al.

1. Influence des cinq amplitudes nucléon-nucléon

Le coefficient a indépendant des spins est prépondérant à des quadrimoments de transfert inférieurs à 0.05 (GeV/c)^2 mais les modules des cinq coefficients a , c , m , g et h sont comparables au delà et cesont les actions

des opérateurs de "spin-flip" et d'interactions spin-spin qui décideront de l'importance de l'influence des spins. Avec un faisceau ou une cible polarisée, l'amplitude de diffusion due au terme de "spin-flip" ne saurait être négligée sans risque d'erreur importante, mais nous traitons ici le problème de la diffusion élastique proton-noyau avec un faisceau et une cible non polarisés : la moyenne des sections efficaces sur tous les angles ϕ conduit à une influence globale des spins que nous illustrons par la figure 48 dans le cas de ${}^3\text{He}$.

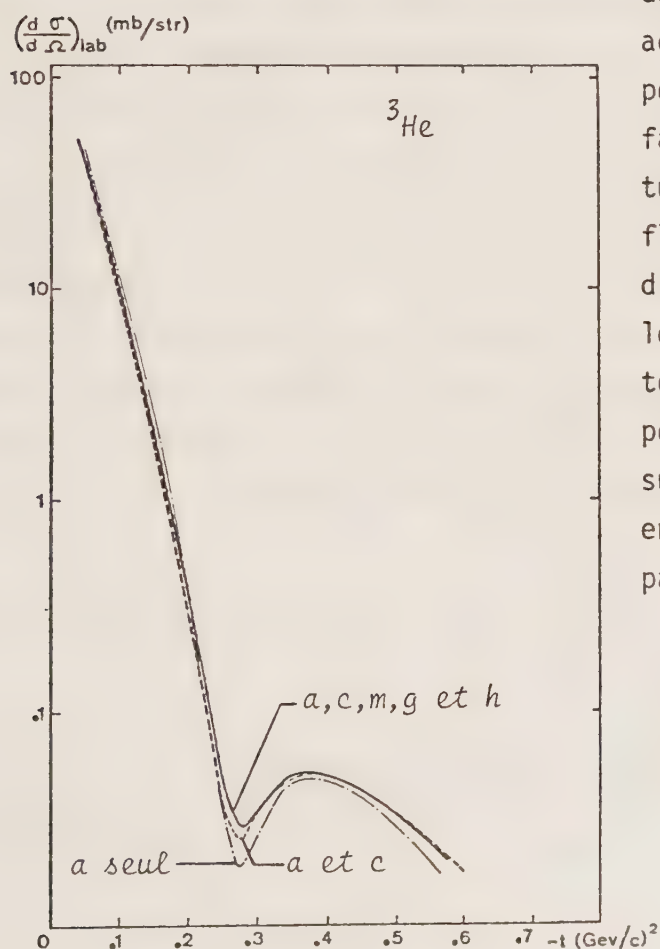


Figure 48. - Influence des cinq amplitudes de Wolfenstein sur la section efficace différentielle de diffusion élastique $p\text{-}{}^3\text{He}$ à 600 MeV (avec les déphasages de McGrégor et al. ^(6,7)).

Le terme indépendant des spins suffit à donner l'ordre de grandeur des sections efficaces différentielles ; nous voyons également que les effets de spin augmentent la section efficace au minimum et atténuent le relief entre le 1er minimum et le 2ème minimum. Nous donnons les valeurs numériques des effets de "spin-flip", d'interactions spin-spin et des effets globaux de spin respectivement sur les figures 49(a)(b) et (c) dans le cas de la diffusion $p\text{-}^3\text{He}$ et avec les déphasages de McGrégor.

Les variations relatives assez faibles de la section efficace différentielle, dues aux différents termes de spin, ne permettent pas de faire apparaître une influence notable d'une éventuelle mauvaise description des amplitudes avec spin.

2. "Corrections" de Alberi et al. (⁶⁹) sur les amplitudes nucléon-nucléon.

Alberi et al. (⁶⁹) ont calculé, à l'aide de la théorie de diffusion multiple de Glauber, la section efficace différentielle, la polarisation et l'asymétrie dans la diffusion élastique proton-deuteron à 600 MeV. Ils ont comparé les résultats obtenus avec les déphasages de McGrégor et al. et ceux de Bilen'kaya et al. Ils concluent que les déphasages de Bilen'kaya et al. donnent les meilleurs résultats surtout pour les grands transferts ($|t| > 0.7(\text{GeV}/c)^2$). Cependant, les quantités calculées présentent des désaccords importants par rapport aux valeurs expérimentales et varient d'une manière assez considérable selon le choix des déphasages. Pour tester la sensibilité des résultats à la phase absolue des amplitudes nucléon-nucléon, ces auteurs incluent, dans la totalité des dix amplitudes, un facteur de phase contraint à avoir la valeur 1 pour $t = 0$ de façon à satisfaire au théorème optique. Ils choisissent d'exprimer ce facteur de phase sous la forme

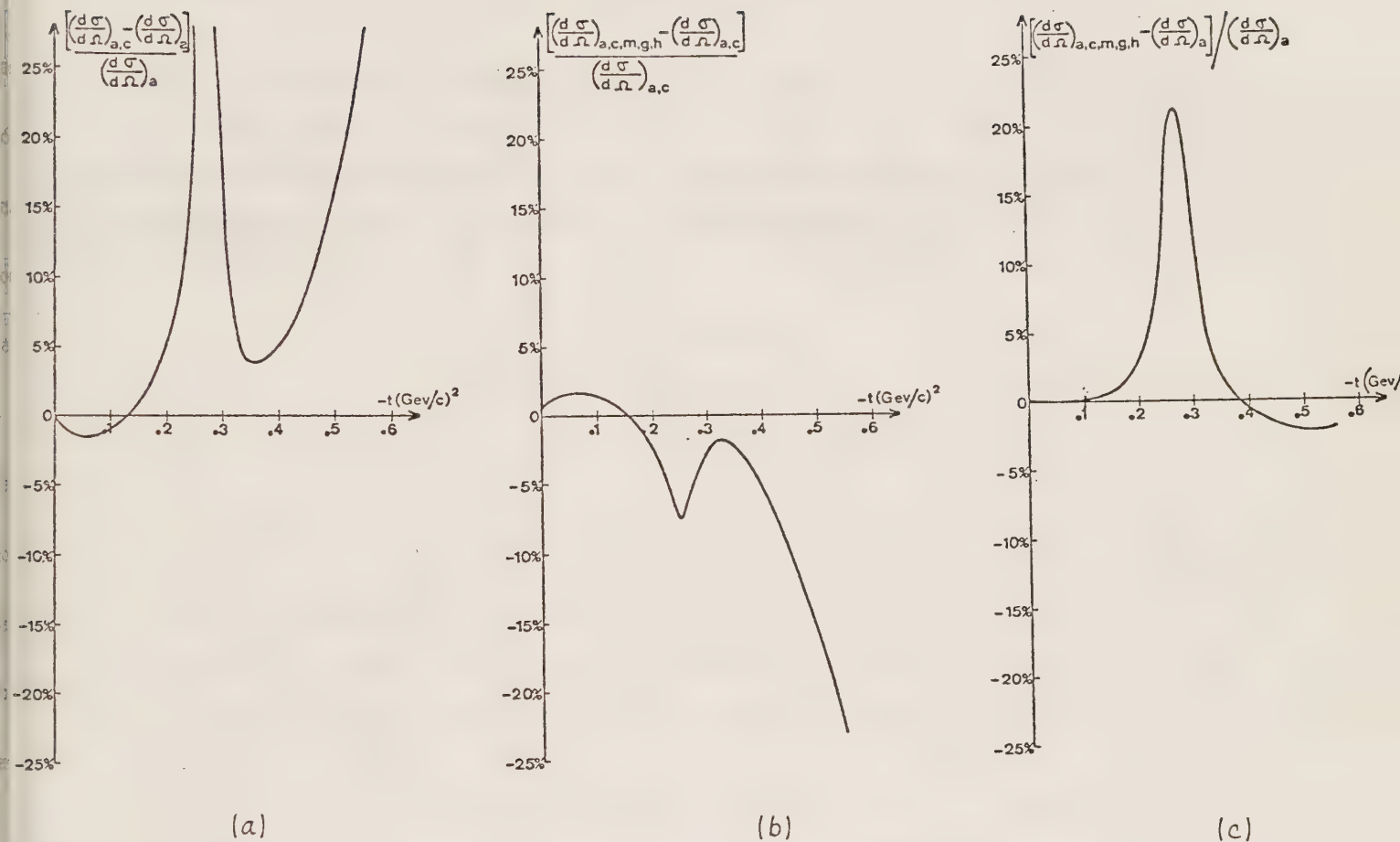
$$\exp \left[-i \frac{\pi}{2} \sin \left(\frac{\pi t}{2 t_0} \right) \right] \quad \text{pour les déphasages de McGrégor et al.}$$

avec $t_0 = -0.35 (\text{GeV}/c)^2$

et

$$\exp \left\{ i \frac{\pi}{4} \exp \left[-\frac{10}{t_0^2} (t - t_0/4)^2 \right] - \exp[-10/16] \right\} \quad \text{pour les déphasages de Bilen'kaya et al.}$$

avec $t_0 = -0.5 (\text{GeV}/c)^2$



- $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_a$: sections efficace différentielle calculée avec l'amplitude indépendante des spins seule
 $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{a,c}$: section efficace différentielle calculée avec l'amplitude indépendante des spins et l'amplitude de "spin-flip"
 $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{a,c,m,g,h}$: section efficace différentielle calculée avec les cinq amplitudes de Wolfenstein

Figure 49. - Ecartes relatifs entre les sections efficaces différentielles de diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ à 600 MeV calculées avec plus ou moins d'amplitudes nucléon-nucléon (avec les déphasages de Mc Gregor et al. ^(6,7)).

Alberi et al. améliorent ainsi leurs résultats. Ils ne prétendent pas aboutir à de nouvelles séries de déphasages, mais suggèrent que les variations des phases absolues des amplitudes nucléon-nucléon peuvent être différentes de celles données par les analyses en déphasages.

Nous avons utilisés les modifications proposées par Alberi et al. ; nous obtenons ainsi les courbes portées en pointillés sur les figures 50 et 51.

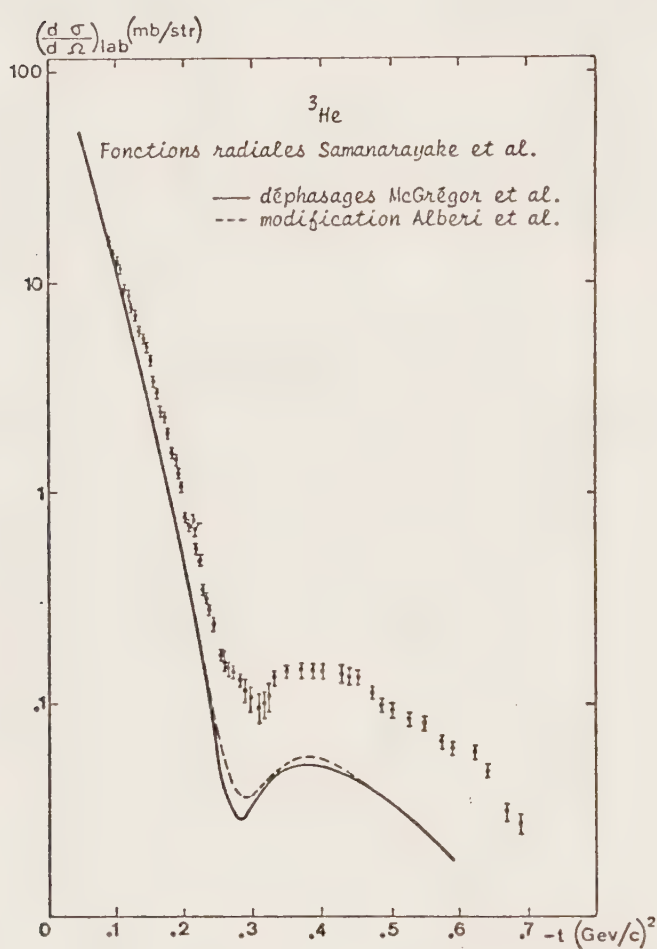


Figure 50. - Section efficace différentielle de diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ à 600 MeV.

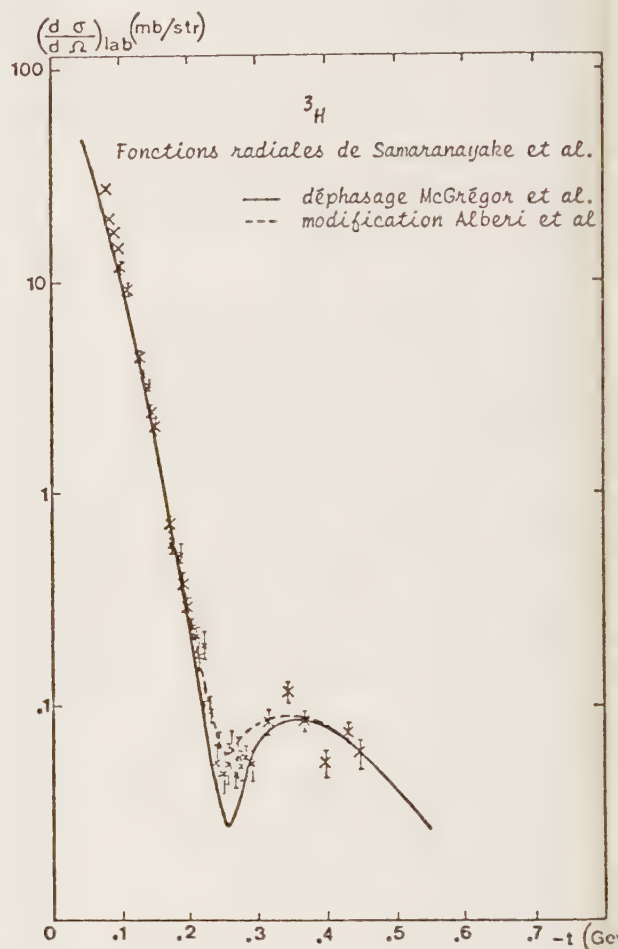


Figure 51. - Section efficace différentielle de diffusion élastique $p\text{-}^3\text{H}$ à 600 MeV

Les corrections apportées comblent légèrement le minimum d'interférence, ce qui est favorable dans le cas de $p\text{-}^3\text{H}$, mais nous sommes toujours loin d'un accord avec l'expérience dans le cas de $p\text{-}^3\text{He}$.

En conclusion, nous acceptons les déphasages de McGrégor et al. et nous cherchons d'autres causes au désaccord observé sur $p\text{-}^3\text{He}$.

E) DISCUSSION SUR LE FORMALISME

1. Corrections non iconales

Bleszynski et Jaroszewicz ont étudié les effets d'une propagation non iconale dans la diffusion multiple de hadrons sur des noyaux aux énergies intermédiaires (⁷⁰). Ils aboutissent à l'évaluation d'une différence de phase entre une "amplitude exacte" et une amplitude "à la Glauber" qu'ils écrivent sous la forme

$$F_1 \text{"exact"} = F_1 \text{"Glauber"}$$

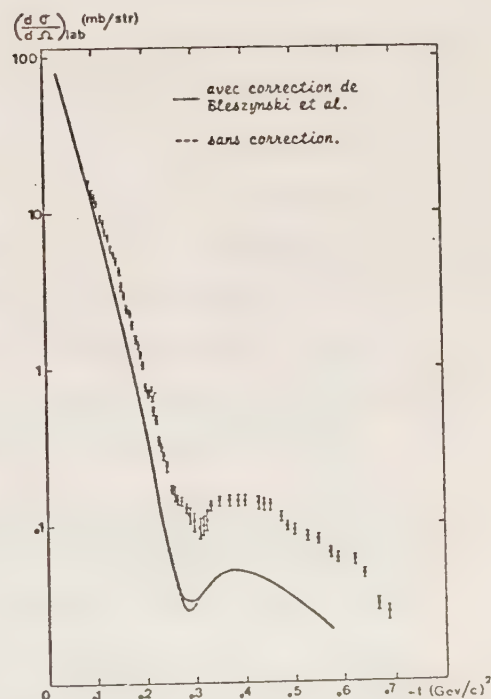
$$F_2 \text{"exact"} = F_2 \text{"Glauber"} [\alpha_2(t) + i\beta_2(t)]$$

$$F_3 \text{"exact"} = F_3 \text{"Glauber"} [\alpha_3(t) + i\beta_3(t)]$$

Bleszynski (⁷¹) nous a communiqué des valeurs numériques de $\alpha_2(t)$, $\beta_2(t)$, $\alpha_3(t)$ et $\beta_3(t)$ obtenues, à 600 MeV, avec une fonction d'onde et des amplitudes nucléon-nucléon simplement gaussiennes. Nous avons utilisé ces valeurs à titre d'essai, avec notre formalisme, et nous obtenons un effet notable uniquement au premier minimum, où la section efficace est augmentée de 10 % (fig.52).

Il n'y a aucune remise en cause importante du formalisme.

Figure 52. - Influence d'une correction non iconale sur la section efficace différentielle de diffusion élastique p-³He à 600 MeV



2. Double échange de charge

Nous notons f_p l'amplitude de diffusion proton-proton, f_n celle de proton-neutron et f_{ce} celle d'échange de charge.

a) Cas de la diffusion double

Seules les diffusions doubles avec première diffusion sur un neutron peuvent conduire au double échange de charge. Pour tenir compte du double échange de charge, il faudra remplacer, dans les calculs, chaque expression $(f_p f_n)$ par $(f_p f_n - f_{ce}^2)$ où

$$f_{ce} = f_p - f_n$$

b) Cas de la diffusion triple

Le double échange de charge sera possible à chaque diffusion triple où l'ordre des nucléons choqués sera $n p p$ ou $p n p$. Les différents processus possibles conduisent à remplacer les expressions $(f_p f_p f_n)$ par $(f_p f_p f_n - \frac{1}{2} f_p f_{cc}^2)$ et $(f_p f_n f_p)$ par $(f_p f_n f_p - f_{cc}^2 f_p)$.

Nous avons effectué l'application numérique dans le cadre du formalisme simplifié décrit par l'expression 18. Le double échange de charge provoque une diminution de la section efficace au 1er minimum et une augmentation au 2ème maximum de l'ordre de 1 % : il peut donc être négligé à cette énergie.

3. Autres corrections possibles

D'autres corrections que nous n'avons pas abordées sont envisageables. En particulier, nous avons déjà cité la possibilité d'introduire une fonction coulombienne ; il est en effet concevable qu'un déphasage coulombien influence la diffusion double (où une diffusion partielle peut avoir lieu à très faible quadriment de transfert) et modifie de manière notable l'interférence diffusion simple-diffusion double. Les références (72), (73) et (74) donnent une vue d'ensemble sur la façon de traiter l'effet coulombien avec le formalisme de Glauber. Pour ^4He , cet effet a été évalué comme étant inférieur à 10 % au minimum de diffraction (75). Nous avons également signalé, dans l'étude des approximations du formalisme de Glauber, que le mouvement de Fermi des nucléons dans le noyau conduisait à une correction de la section efficace différentielle inférieure à 1 ou 2 pour cent, à notre énergie, et nous négligeons cette correction (17).

F) POSSIBILITÉ DE FONCTIONS D'ONDE DIFFÉRENTES POUR ${}^3\text{H}$ ET ${}^3\text{He}$

A ce stade de la discussion, il nous reste à examiner le problème des fonctions d'onde de ${}^3\text{He}$ et ${}^3\text{H}$. Collard et al. (4) ont étudié ces noyaux miroirs par diffusion élastique d'électrons. Ils montrent (figure 53) que

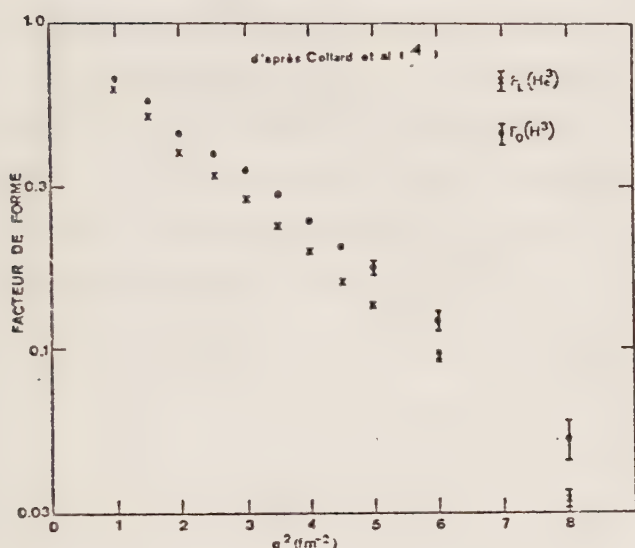
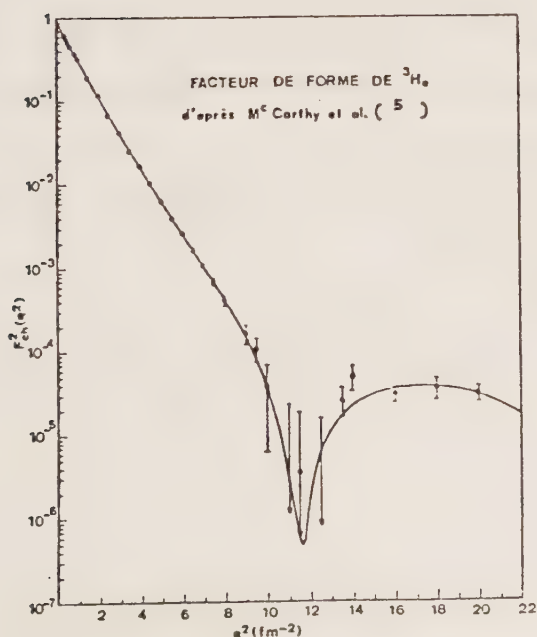


Figure 53. - Facteurs de forme décrivant la distribution spatiale des protons dans ${}^3\text{He}$ et ${}^3\text{H}$.

le facteur de forme décrivant la distribution spatiale des protons dans l'hélium 3 ($F_L({}^3\text{He})$) décroît beaucoup plus rapidement que le facteur de forme décrivant la distribution spatiale du proton dans le tritium ($F_L({}^3\text{H})$). Ils n'attribuent à cette différence aucune cause particulière mais ils citent la possibilité de l'action d'une répulsion coulombienne, d'échange de mésons ou d'une force nucléaire plus douce entre des particules identiques. Ils estiment que ces résultats sont insuffisants pour en déduire les fonctions d'onde de l'état fondamental des noyaux à trois nucléons.



Les résultats ultérieurs de McCarthy et al. (5) ont mis en évidence un minimum très prononcé, à 11.6 fm^{-2} , dans le facteur de forme élastique de ${}^3\text{He}$ (figure 54). Ce minimum implique que la fonction d'onde de ${}^3\text{He}$ ne peut pas être décrite par une simple fonction gaussienne et que la distribution de charge présente un méplat central. Il n'existe pas encore de résultat expérimental équivalent pour le tritium.

Figure 54. - Facteur de forme électrique de ${}^3\text{He}$.

Samaranayake et Wilk ont ajusté leur fonction d'onde sur le facteur de forme électrique de ^3He : l'expression choisie pour la fonction radiale traduit un coeur répulsif caractérisé par le coefficient C_0 . Les valeurs des paramètres donnés par ces auteurs nous ont permis d'obtenir, en diffusion de hadrons, des résultats satisfaisants avec ^3H et non avec ^3He bien que les valeurs soient déduites pour ^3He , mais en diffusion d'électrons. Or les électrons, compte tenu de la portée de l'interaction électromagnétique, voient le noyau de manière globale tandis que la diffusion multiple intervient pour les hadrons. Nous pouvons donc envisager d'attribuer aux fonctions d'onde en diffusion de hadrons, de nouveaux coefficients que nous allons considérer comme des paramètres libres. Nos résultats précédents nous permettent de conserver les valeurs de Samaranayake et Wilk pour la description de ^3H , ce qui implique d'ailleurs que nous attribuons, pour la première fois, un coeur répulsif à ce noyau. Nous obtenons le meilleur ajustement des points expérimentaux pour ^3He , avec les nouvelles valeurs portées sur le tableau suivant

Tableau 15. - Coefficient intervenant dans la fonction d'onde radiale de ^3He (équ. 33)

	a_0^2 (fm ⁻²)	C_0
Samaranayake et Wilk (⁶⁴)	0.216	1.56
Notre calcul	0.308	2.0

La nouvelle valeur C_0 est plus grande que l'ancienne, ce qui caractérise un coeur répulsif plus dur dans ^3He que dans ^3H . Nous montrons, sur la

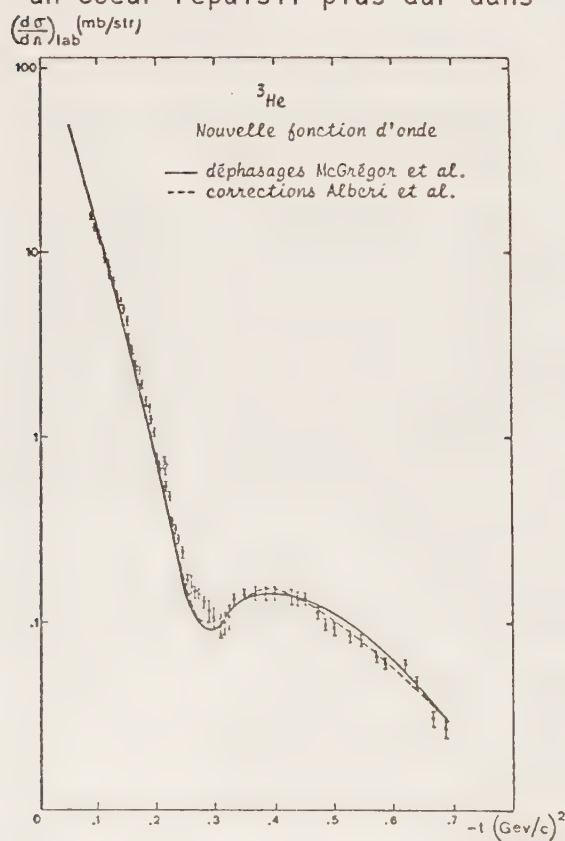
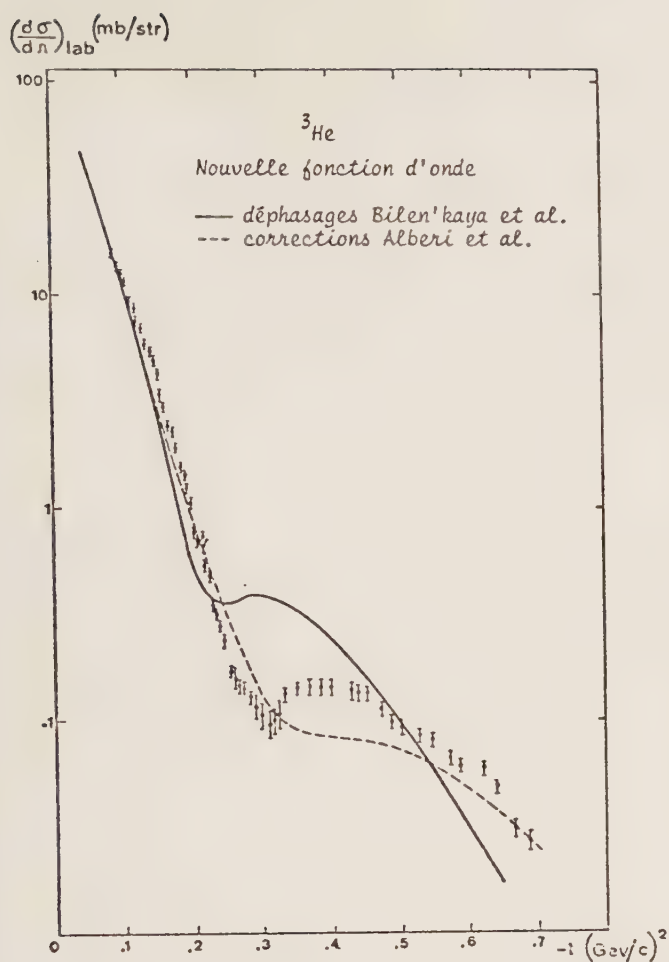


figure 55, la courbe de section efficace différentielle de diffusion élastique obtenue avec la nouvelle fonction d'onde. Il y a alors un accord très satisfaisant entre la théorie et l'expérience, aussi bien aux faibles quadrimoments de transfert qu'au minimum d'interférence et au deuxième maximum.

Figure 55. - Diffusion élastique $p\text{-}^3\text{He}$ à 600 MeV.



Nous essayons à nouveau les déphasages de Bilen'kaya et al. avec cette nouvelle fonction d'onde et l'accord est évidemment toujours mauvais (figure 56) ; mais si nous adoptons la correction de Alberi et al. sur les amplitudes nucléon-nucléon, la courbe obtenue devient beaucoup plus correcte. Nous portons aussi sur la figure 55 la courbe modifiée par les corrections d'Alberi et al. avec les déphasages de McGrégor et al. et nous observons un déplacement de la courbe très peu important.

Figure 56. - Diffusion élastique p - ^3He à 600 MeV

G) SYNTHÈSE

En résumé, nous avons montré que de nombreuses considérations étaient favorables aux déphasages de McGrégor et al., les corrections d'Alberi et al. apportant, dans ce cas, une modification mineure.

Par ailleurs, nous n'avons pas pu mettre en évidence un défaut important du formalisme utilisé, toutes les corrections envisagées n'apportant aucune amélioration fondamentale.

Nous avons donc été naturellement conduits à une modification des fonctions d'onde : nous accordons au noyau ^3He un coeur répulsif plus dur que celui de ^3H , la nouvelle description des noyaux étant applicable à la diffusion de hadrons de haute énergie.

CONCLUSION



Nous avons réalisé, pour la première fois, une étude comparative, dans des conditions expérimentales similaires, de la diffusion élastique proton-Hélium 3 et proton-tritium à haute énergie. Il n'existe pas, à ce jour, d'autre expérience de diffusion de hadrons de haute énergie sur le tritium et nous avons atteint des quadrimoments de transfert supérieurs à ceux mesurés, par ailleurs, en diffusion d'électrons.

La méthode de détection du "recul" nous a permis, grâce à l'usage d'un télescope " $\Delta E-E$ " de compteurs à semiconducteur, d'identifier sans ambiguïté les noyaux enregistrés, de mesurer avec précision les quadrimoments de transfert, de déterminer, de plus, l'angle de diffusion et ainsi de sélectionner efficacement les événements élastiques. Un spectromètre élaboré et coûteux aurait été nécessaire pour atteindre une résolution équivalente sur la mesure du proton diffusé. Le faisceau intense, de 10^{11} protons par seconde, n'a introduit aucun bruit de fond gênant ; par contre, il autorise la réduction de l'angle solide de détection, ce qui est favorable aux reconstitutions géométriques des trajectoires, et surtout l'utilisation de cibles gazeuses, ce qui réduit les absorptions et la diffusion coulombienne multiple. La cible de tritium, compte tenu des risques engendrés par ce gaz fortement radioactif, a nécessité une étude technologique particulière : en effet, la réalisation d'un conteneur en acier aux parois très minces (100 μm et 35 μm) et d'étanchéité parfaite va de paire avec des grandes difficultés de soudure et de contrôle ; de plus, l'observation de règles draconiennes de sécurité complique les opérations de remplissage, de transport et d'installation.

Nous avons mis en évidence un minimum de diffraction très net aussi bien pour le tritium que pour l'hélium-3. Le résultat essentiel est l'obtention de courbes de sections efficaces différentielles de diffusion élastique très séparées sur ces deux noyaux miroirs. L'expérience annexe de diffusion élastique

proton-deutérium, à faible quadrimoment de transfert, nous a donné la possibilité de fixer les paramètres importants de la diffusion proton-neutron à 600 MeV. De plus, nous avons complété la série de nos expériences de diffusion élastique sur des noyaux légers à 600 MeV par la diffusion proton-hélium-4.

En ce qui concerne l'interprétation théorique, nous élaborons une fonction d'onde détaillée du noyau cible et nous exprimons de manière complète les amplitudes nucléon-nucléon. Nous traitons la diffusion élastique proton-noyau dans le cadre de l'approximation des hautes énergies et du formalisme de diffusion multiple. Nous avons montré qu'un calcul trop simplifié, avec des fonctions d'onde et des amplitudes nucléon-nucléon simplement gaussiennes, ne permettait pas d'aboutir à des conclusions très sûres sur le minimum de diffraction qui est très sensible à une bonne évaluation de l'amplitude nucléon-nucléon. Nous avons utilisé une notation matricielle et les propriétés du groupe symétrique de degré 3 pour construire les fonctions de spin, d'isospin, radiales et angulaires de la fonction de ${}^3\text{He}$ ou ${}^3\text{H}$ et pour décomposer celle-ci en états S, S' et D. Nous avons inclus, dans les amplitudes de diffusion nucléon-nucléon, les cinq termes de Wolfenstein tenant compte des spins. De nombreux contrôles théoriques sur le calcul des sections efficaces différentielles de diffusion élastique proton-proton et proton-neutron, des polarisations proton-proton et proton-neutron et de la section efficace différentielle de diffusion élastique proton-deutérium, à faible quadrimoment de transfert, nous ont conduits à adopter les déphasages nucléon-nucléon de Mc Gregor et al.^(6,7). Les coefficients de la fonction d'onde du noyau, déduits de l'analyse du facteur de forme électrique de ${}^3\text{He}$ ⁽⁶⁴⁾, ne permettent pas d'obtenir un accord complet avec nos résultats expérimentaux. Les corrections que nous apportons à notre formalisme n'aboutissent à aucune modification fondamentale.

La conclusion importante est que la fonction d'onde, à petite distance du centre du noyau, est différente pour ${}^3\text{H}$ et ${}^3\text{He}$. Nous cherchons alors de nouveaux coefficients pour les fonctions radiales et nous obtenons des valeurs qui attribuent à ${}^3\text{He}$ un cœur répulsif plus dur qu'à ${}^3\text{H}$.

La diffusion élastique de hadrons d'énergie suffisamment élevée donne donc des résultats nouveaux par rapport à la diffusion d'électrons.

APPENDICES

APPENDICE A

Expressions simplifiées de F_1 , F_2 et F_3 pour ^3He et ^3H

^3He En posant

$$f_p(0) = \frac{k \sigma_p}{4\pi} (i + \rho_p)$$

$$f_n(0) = \frac{k \sigma_n}{4\pi} (i + \rho_n)$$

nous aboutissons à

$$F_1 = \left[2 f_p(0) \cdot e^{-(R^2+2\beta_p^2)\frac{|t|}{4}} + f_n(0) \cdot e^{-(R^2+2\beta_n^2)\frac{|t|}{4}} \right] \cdot e^{\frac{|t|R^2}{12}}$$

$$F_2 = \frac{1}{i k} \left[\frac{f_p^2(0) \cdot e^{-(R^2+2\beta_p^2)\frac{|t|}{8}}}{R^2 + 2\beta_p^2} + \frac{2f_p(0) \cdot f_n(0) \cdot e^{-\frac{(R^2+2\beta_n^2)(R^2+2\beta_p^2)}{R^2 + \beta_n^2 + \beta_p^2} \cdot \frac{|t|}{8}}}{R^2 + \beta_n^2 + \beta_p^2} \right] \cdot e^{\frac{|t|R^2}{12}}$$

$$F_3 = -\frac{4}{3k^2} \left[\frac{f_p^2(0) \cdot f_n(0) \cdot e^{-\frac{(R^2+2\beta_n^2)(R^2+2\beta_p^2)}{R^2+(4\beta_n^2+2\beta_p^2)/3} \cdot \frac{|t|}{12}}}{(R^2+2\beta_p^2) R^2+(4\beta_n^2+2\beta_p^2)/3} \right] \cdot e^{\frac{|t|R^2}{12}}$$

^3H Il suffit d'intervertir, dans les expressions ci-dessus, les indices p et n.

APPENDICE B

Résultats du groupe S_3 utilisés

Groupe S_n :

Le groupe symétrique de degré n ou groupe S_n est le groupe des permutations de n objets. Nous renvoyons le lecteur aux ouvrages de base (^{76, 77, 78}) pour la description des propriétés de S_n .

Une partition donnée peut être représentée par son diagramme de Young. Pour $n = 3$, les diagrammes de Young sont



et les partitions correspondantes sont notées

[3]

[21]

[1³]

Symétries des fonctions :

Définissons les symétries des fonctions ψ qui se transforment suivant les représentations irréductibles des opérateurs de transposition P_{ij} ($j > i$) dans le cas de S_3 .

La représentation irréductible liée à la partition [3] est à une dimension. Les éléments de matrice sont +1. Donc

$$P_{ij} \psi_{[3]} = \psi_{[3]}$$

Nous disons que la fonction $\psi_{[3]}$ est entièrement symétrique.

La représentation irréductible liée à la partition [1³] est également à une dimension. Les éléments de matrice sont -1. Donc

$$P_{ij} \psi_{[1^3]} = -\psi_{[1^3]}$$

Nous disons que la fonction $\psi_{[1^3]}$ est entièrement antisymétrique.

A la représentation irréductible liée à la partition [21] sont associées deux fonctions $\psi_{[21]}_1$ et $\psi_{[21]}_2$ qui se transforment selon les relations :

$$\begin{array}{c}
 P_{12} \begin{Bmatrix} \psi[21]_1 \\ \psi[21]_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi[21]_1 \\ \psi[21]_2 \end{Bmatrix} \\
 \\
 P_{23} \begin{Bmatrix} \psi[21]_1 \\ \psi[21]_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi[21]_1 \\ \psi[21]_2 \end{Bmatrix}
 \end{array}$$

Nous disons que les fonctions $\psi[21]_i$ possèdent la symétrie intermédiaire.

Produit tensoriel des représentations irréductibles :

Nous donnons les résultats des produits tensoriels pour S_3

$$\begin{aligned}
 f[3] \cdot g[3] &\rightarrow h[3] \\
 f[3] \cdot g[1^3] &\rightarrow h[1^3] \\
 f[1^3] \cdot g[1^3] &\rightarrow h[3] \\
 f[3] \cdot g[21] &\rightarrow h[21] \\
 f[1^3] \cdot g[21] &\rightarrow h[21] \\
 f[21] \cdot g[21] &\rightarrow h[3] + h[1^3] + h[21]
 \end{aligned}$$

Nous précisons pour les deux derniers cas

$$\begin{aligned}
 f[1^3] \cdot g[21]_1 &= h[21]_2 \\
 f[1^3] \cdot g[21]_2 &= -h[21]_1
 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\sqrt{2}} [f[21]_1 \cdot g[21]_1 + f[21]_2 \cdot g[21]_2] &= h[3] \\
 \frac{1}{\sqrt{2}} [f[21]_1 \cdot g[21]_2 - f[21]_2 \cdot g[21]_1] &= h[1^3] \\
 \frac{1}{\sqrt{2}} [f[21]_2 \cdot g[21]_2 - f[21]_1 \cdot g[21]_1] &= h[21]_1 \\
 \frac{1}{\sqrt{2}} [f[21]_1 \cdot g[21]_2 + f[21]_2 \cdot g[21]_1] &= h[21]_2
 \end{aligned}$$

APPENDICE C

Construction des fonctions de moment orbital

A partir d'un vecteur $\vec{V}$ de coordonnées V_x, V_y, V_z , Edmonds (79, p. 54) définit un opérateur tensoriel irréductible d'ordre 1, $T_{\vec{V}}(1, m) = (\vec{V})_m$ dont les composantes sont

$$\begin{aligned}(\vec{V})_0 &= V_z \\(\vec{V})_{+1} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (V_x + iV_y) \\(\vec{V})_{-1} &= +\frac{1}{\sqrt{2}} (V_x - iV_y)\end{aligned}$$

Le passage à des opérateurs tensoriels d'ordre plus élevé est réalisé par une combinaison d'opérateurs d'ordre inférieur

$$(C_1) \quad T_{\vec{V}_1, \vec{V}_2}(l, m) = \sum (\ell_1 m_1 \ell_2 m_2 \mid \ell_1 \ell_2 \ell m) T_{\vec{V}_1}(\ell_1, m_1) T_{\vec{V}_2}(\ell_2, m_2)$$

où $(\ell_1 m_1 \ell_2 m_2 \mid \ell_1 \ell_2 \ell m)$ est un coefficient de Clebsch-Gordan.

Etat P : Pour $L = 1$, nous construisons trois opérateurs tensoriels sur les vecteurs $\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2$ et $\vec{\rho}_1 \wedge \vec{\rho}_2$

$$\begin{aligned}T_{\vec{\rho}_1}(1, m) &= (\vec{\rho}_1)_m \\T_{\vec{\rho}_2}(1, m) &= (\vec{\rho}_2)_m \\T_{\vec{\rho}_1 \wedge \vec{\rho}_2}(1, m) &= (\vec{\rho}_1 \wedge \vec{\rho}_2)_m\end{aligned}$$

Seul le dernier opérateur possède la parité paire et peut être utilisé pour l'état P ; nous notons qu'il est antisymétrique.

Etat D : L'application de la règle de combinaison (C_1) conduit à écrire l'ensemble des opérateurs suivants

$$\begin{aligned}T_{\vec{U}, \vec{V}}(2, \pm 2) &= (\vec{U})_{\pm 1} (\vec{V})_{\pm 1} \\T_{\vec{U}, \vec{V}}(2, \pm 1) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(\vec{U})_{\pm 1} (\vec{V})_0 + (\vec{U})_0 (\vec{V})_{\pm 1}] \\T_{\vec{U}, \vec{V}}(2, 0) &= \frac{1}{\sqrt{6}} [(\vec{U})_{+1} (\vec{V})_{-1} + (\vec{U})_{-1} (\vec{V})_{+1} + 2(\vec{U})_0 (\vec{V})_0]\end{aligned}$$

en posant successivement

$$\vec{U}, \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_1 \\ \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_2 \\ \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2 \\ \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_1 \wedge \vec{\rho}_2 \\ \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_1 \wedge \vec{\rho}_2 \\ \vec{\rho}_1 \wedge \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_1 \wedge \vec{\rho}_2 \end{vmatrix}$$

Parmi tous ces opérateurs, nous en conservons trois qui ont la parité paire :

$$T_{\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_1}^{\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_1}, T_{\vec{\rho}_2, \vec{\rho}_2}^{\vec{\rho}_2, \vec{\rho}_2}, T_{\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2}^{\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2}.$$

Ceux-ci se transforment sous l'action des opérateurs de permutation comme $\vec{\rho}_1^2$, $\vec{\rho}_2^2$ et $\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2$ et nous noterons $T_{\vec{\rho}_1}^{\vec{\rho}_1^2}$, $T_{\vec{\rho}_2}^{\vec{\rho}_2^2}$ et $T_{\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2}^{\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2}$.

Nous formons alors les trois fonctions

$$\Lambda([3], 2, m) = T_{\vec{\rho}_1}^{\vec{\rho}_1^2} + T_{\vec{\rho}_2}^{\vec{\rho}_2^2}$$

$$\Lambda([21]_1, 2, m) = T_{\vec{\rho}_1}^{\vec{\rho}_1^2} - T_{\vec{\rho}_2}^{\vec{\rho}_2^2}$$

$$\Lambda([21]_2, 2, m) = -2 T_{\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2}^{\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2}.$$

APPENDICE D

Utilisation des fonctions d'espace de Samaranayake et Wilk (64)

Samaranayake et Wilk utilisent le formalisme de Schiff (53) pour écrire les composants S, S' et D de la fonction d'onde de ^3He . Ils explicitent les fonctions d'espace dénommées f_1 pour l'état S, f_2 et f_3 pour l'état S' et f_6, f_7, f_8 pour l'état D par

$$f_1 = U_0 e^{-\frac{1}{2} a_0^2 (r_{12}^2 + r_{13}^2 + r_{23}^2)} \left[1 - c_0 e^{-\frac{1}{2} b_0^2 (r_{12}^2 + r_{13}^2 + r_{23}^2)} \right]$$

$$f_2 = \frac{1}{\sqrt{6}} [g(32,1) + g(31,2) - 2g(21,3)]$$

$$f_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} [g(32,1) - g(31,2)]$$

$$f_6 = \mu_0 f$$

$$f_7 = \nu_0 f$$

$$f_8 = f$$

$$f = D_0 e^{-\frac{2}{3} d_0^2 (r_{12}^2 + r_{13}^2 + r_{23}^2)}$$

$$g(ijk) = B_0 e^{-\frac{1}{2} \alpha_0^2 (r_{ik}^2 + r_{jk}^2) - \frac{1}{2} \beta_0^2 r_{ij}^2}$$

où les vecteurs $\vec{r}_{ij}$ sont les vecteurs portés de la position du nucléon i à celle du nucléon j .

Le passage des notations de Samaranayake aux nôtres s'obtient grâce aux relations élémentaires suivantes :

$$r_{12}^2 + r_{13}^2 + r_{23}^2 = 3(\rho_1^2 + \rho_2^2)$$

$$\begin{cases} r_{13}^2 + r_{23}^2 = 3 \rho_1^2 + \rho_2^2 \\ r_{12}^2 = 2 \rho_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_{12}^2 + r_{23}^2 = \frac{3}{2} \rho_1^2 + \frac{5}{2} \rho_2^2 - \sqrt{3} \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2 \\ r_{13}^2 = \frac{3}{2} \rho_1^2 + \frac{1}{2} \rho_2^2 + \sqrt{3} \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_{12}^2 + r_{13}^2 = \frac{3}{2} \rho_1^2 + \frac{5}{2} \rho_2^2 + \sqrt{3} \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2 \\ r_{23}^2 = \frac{3}{2} \rho_1^2 + \frac{1}{2} \rho_2^2 - \sqrt{3} \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2 \end{cases}$$

Le facteur de forme de charge de ^3He est bien ajusté (6) avec, entre autres paramètres, les valeurs numériques de α_0 et β_0 telles que

$$\begin{cases} \alpha_0 - \beta_0 = -8.5 \times 10^{-7} \text{ fm}^{-1} \\ \alpha_0 + \beta_0 = 0.588 \text{ fm}^{-1} \end{cases}$$

Nous posons alors

$$\begin{cases} \alpha_0 - \beta_0 = -2 \epsilon_0 \\ \alpha_0 + \beta_0 = 2 A_0 \end{cases}$$

et en constatant que $\epsilon_0 \ll A_0$ ($\epsilon_0/A_0 = 1.4 \times 10^{-6}$), nous écrivons

$$\begin{cases} \alpha_0^2 \approx A_0^2 - 2 \epsilon_0 A_0 \\ \beta_0^2 \approx A_0^2 + 2 \epsilon_0 A_0 \end{cases}$$

ce qui permet de mettre les fonctions f_2 et f_3 sous la forme

$$f_2 \approx \frac{B_0}{\sqrt{6}} e^{-\frac{3A_0^2}{2}(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \left[e^{\epsilon_0 A_0 (2\rho_2^2 - 2\sqrt{3} \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2)} + e^{\epsilon_0 A_0 (2\rho_2^2 + 2\sqrt{3} \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2)} - 2e^{\epsilon_0 A_0 (3\rho_1^2 - \rho_2^2)} \right]$$

$$f_3 \approx \frac{B_0}{\sqrt{2}} e^{-\frac{3A_0^2}{2}(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \left[e^{\epsilon_0 A_0 (2\rho_2^2 + 2\sqrt{3} \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2)} - e^{\epsilon_0 A_0 (2\rho_2^2 - 2\sqrt{3} \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2)} \right]$$

En utilisant de plus le développement limité

$$e^{\epsilon_0} \approx 1 + \epsilon_0$$

nous aboutissons aux expressions que nous utiliserons

$$f_2 \approx \frac{B_0}{\sqrt{6}} e^{-\frac{3A_0^2}{2}(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \cdot 6 \epsilon_0 A_0 (\rho_2^2 - \rho_1^2)$$

$$f_3 \approx \frac{B_0}{\sqrt{2}} e^{-\frac{3A_0^2}{2}(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \cdot 4 \sqrt{3} \epsilon_0 A_0 \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_2$$

Nous aurions pu écrire directement ces fonctions de symétrie déterminée, mais nous montrons ainsi que nous pouvons utiliser les valeurs des coefficients proposées par Samaranayake et Wilk.

APPENDICE E

Forme généralisée des fonctions d'espace G_λ

$$1 < \lambda < 3$$

Nous partons d'une première forme

$$G_\lambda = \left[\alpha_1^\lambda + \alpha_2^\lambda \rho_1^2 + \alpha_3^\lambda \rho_2^2 + \alpha_4^\lambda \rho_1 \rho_2 \cos(\theta) \right] \left[\beta_1^\lambda e^{-\frac{3}{2}\gamma_1^\lambda (\rho_1^2 + \rho_2^2)} - \beta_2^\lambda e^{-\frac{3}{2}\gamma_2^\lambda (\rho_1^2 + \rho_2^2)} \right]$$

où les coefficients sont donnés par le tableau suivant :

λ	α_1^λ	α_2^λ	α_3^λ	α_4^λ	β_1^λ	β_2^λ	γ_1^λ	γ_2^λ
1	U_0	0	0	0	1	C_0	a_0^2	$b_0^2 + a_0^2$
2	0	1	-1	0	$\sqrt{6} \varepsilon_0 A_0 B_0$	0	A_0^2	0
3	0	0	0	$2\sqrt{6} \varepsilon_0 A_0 B_0$	1	0	A_0^2	0

Le développement de l'expression précédente conduit à la forme généralisée

$$G = \sum_{k=1}^8 A(\lambda, k) \cos^{P(k)}(\theta) \rho_1^{M(k)} \rho_2^{N(k)} e^{-C(\lambda, k)(\rho_1^2 + \rho_2^2)}$$

qui permet de dresser le tableau suivant

k	A (λ, k)	P(k)	M(k)	N(k)	C (λ, k)
1	$\alpha_1^\lambda \beta_1^\lambda$	0	0	0	$3/2 \gamma_1^\lambda$
2	$-\alpha_1^\lambda \beta_2^\lambda$	0	0	0	$3/2 \gamma_2^\lambda$
3	$\alpha_2^\lambda \beta_1^\lambda$	0	2	0	$3/2 \gamma_1^\lambda$
4	$-\alpha_2^\lambda \beta_2^\lambda$	0	2	0	$3/2 \gamma_2^\lambda$
5	$\alpha_3^\lambda \beta_1^\lambda$	0	0	2	$3/2 \gamma_1^\lambda$
6	$-\alpha_3^\lambda \beta_2^\lambda$	0	0	2	$3/2 \gamma_2^\lambda$
7	$\alpha_4^\lambda \beta_1^\lambda$	1	1	1	$3/2 \gamma_1^\lambda$
8	$-\alpha_4^\lambda \beta_2^\lambda$	1	1	1	$3/2 \gamma_2^\lambda$

$$4 < \lambda < 11$$

Nous avons défini G_λ par

$$G_\lambda = (-1)^i \frac{C_m}{\sqrt{2}} F_{im}$$

avec le tableau de correspondance

λ	4	5	6	7	8	9	10	11
i	2	2	2	2	1	1	1	1
m	2	1	0	-1	2	1	0	-1

(On peut noter la relation $m = 14 - 4i - \lambda$).

Nous partons, là aussi, d'une première forme

$$F_{im} = \frac{4\pi}{3} D_0 e^{-2d_0(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \\ \left[r_{i1} \rho_1^4 + r_{i2} \rho_1^3 \rho_2 \cos \theta + r_{i3} \rho_1^2 \rho_2^2 \right] Y_{2m}(1) \\ + \left[s_{i1} \rho_2^4 + s_{i2} \rho_2^3 \rho_1 \cos \theta + s_{i3} \rho_1^2 \rho_2^2 \right] Y_{2m}(2) \\ + \left[t_{i1} \rho_1^3 \rho_2 + t_{i2} \rho_1^2 \rho_2^2 \cos \theta + t_{i3} \rho_1 \rho_2^3 \right] \sum_{m_1, m_2} (1, m_1, 1, m_2 | 1, 1, 2, m) Y_{1m_1}(1) Y_{1m_2}(2)$$

où les coefficients sont donnés par le tableau suivant

$r_{21} = 0$	$r_{11} = -(\mu_0 + \nu_0 + 1)$
$r_{22} = 2(\nu_0 - 1)$	$r_{12} = 0$
$r_{23} = 0$	$r_{13} = (-\mu_0 + \nu_0 + 1)$
$s_{21} = 0$	$s_{11} = \mu_0 + \nu_0 - 1$
$s_{22} = 2(\nu_0 + 1)$	$s_{12} = 0$
$s_{23} = 0$	$s_{13} = \mu_0 - \nu_0 + 1$
$t_{21} = 2(\mu_0 - 1)$	$t_{11} = 0$
$t_{22} = 0$	$t_{12} = 4$
$t_{23} = 2(\mu_0 + 1)$	$t_{13} = 0$

ce que nous pouvons regrouper sous une forme plus généralisée

$$G_{\lambda} = \frac{4\pi}{3\sqrt{2}} C_m e^{-2d_0(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \sum_{j=1}^3 \sum_{\ell=1}^3 B(\lambda, j, \ell) \cos^{Q(j, \ell)}_{\rho_1} \cos^{R(j, \ell)}_{\rho_2} \tau_{\ell}^{S(j, \ell)}(\lambda, \Omega_1, \Omega_2)$$

où les fonctions τ_{ℓ} sont définies par

$$\tau_1(\lambda, \Omega_1, \Omega_2) = Y_{2m}(1)$$

$$\tau_2(\lambda, \Omega_1, \Omega_2) = Y_{2m}(2)$$

$$\tau_3(\lambda, \Omega_1, \Omega_2) = \sum_{m_1, m_2} (1, m_1, 1, m_2 | 1, 1, 2, m) Y_{2m_1}(1) Y_{2m_2}(2)$$

ce qui conduit au tableau suivant

ℓ	j	$B(\lambda, j, \ell)$	$Q(j, \ell)$	$R(j, \ell)$	$S(j, \ell)$
1	1	r_{i1}	0	4	0
	2	r_{i2}	1	3	1
	3	r_{i3}	0	2	2
2	1	s_{i1}	0	0	4
	2	s_{i2}	1	1	3
	3	s_{i3}	0	2	2
3	1	t_{i1}	0	3	1
	2	t_{i2}	1	2	2
	3	t_{i3}	0	1	3

APPENDICE F

$$\text{Calcul de } I = \int e^{i\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_{2\perp}} d^{(2)} \vec{V}_1$$

Sur un repère orthonormé Oxyz, nous appelons $\vec{V}_2$ le vecteur obtenu par projection d'un vecteur quelconque $\vec{V}$ sur le plan xoy. Considérons le vecteur $\vec{V} \equiv \vec{V}_1$: ses composantes sont définies par le module V_1 , les angles $\theta = (\text{Oz}, \vec{V}_1)$ et $\phi = (\text{ox}, \vec{V}_1)$

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = V_{1x} = V_1 \sin \theta \cos \phi \\ V_y = V_{1y} = V_1 \sin \theta \sin \phi \\ V_z = 0 \end{cases}$$

Nous avons alors $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_{2\perp} = \vec{V} \cdot \vec{V}_2$.

L'intégration se faisant sur le plan xoy, nous avons aussi

$$d^{(2)} \vec{V}_1 = dV_{1x} dV_{1y} = d^{(2)} \vec{V} = V dV d\phi$$

Nous développons $e^{i\vec{V} \cdot \vec{V}_2}$ en ondes partielles

$$e^{i\vec{V} \cdot \vec{V}_2} = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} i^{\ell} j_{\ell}(VV_2) Y_{\ell m}(\frac{\pi}{2}, \phi) Y_{\ell m}^*(\theta_{V_2}, \phi_{V_2})$$

Mais $Y_{\ell m}(\frac{\pi}{2}, \phi) = N(\ell, m) P_{\ell}^m(0) e^{im\phi}$

avec

$$N(\ell, m) = (-1)^m \left[\frac{(2\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!} \right]^{1/2}$$

Nous avons donc à évaluer l'intégrale

$$I = \int d^{(2)} \vec{V} e^{i\vec{V} \cdot \vec{V}_2} = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} i^{\ell} Y_{\ell m}^*(\theta_{V_2}, \phi_{V_2}) \int V dV j_{\ell}(VV_2) \int_0^{2\pi} N(\ell, m) P_{\ell}^m(0) e^{im\phi} d\phi.$$

or

$$\int_0^{2\pi} e^{im\phi} d\phi = 2\pi \delta(m)$$

ce qui conduit à l'expression de I

$$I = 8\pi^2 \sum_{\ell=0}^{\infty} i^{\ell} Y_{\ell, 0}^*(\theta_{V_2}, \phi_{V_2}) N(\ell, 0) P_{\ell}^{(0)}(0) \int V dV j_{\ell}(VV_2)$$

avec

$$P_1^{(0)}(0) = P_1(0) = \begin{cases} 0 & \text{si } \ell \text{ impair} \\ (-1)^n \frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2} & \text{si } \ell = 2n \end{cases}$$

soit

$$I = \sum_{n=0}^{\infty} 4\pi \sqrt{(4n+1)\pi} \frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2} Y_{2n,0}^* (\theta_{V_2}, \phi_{V_2}) \int V dV j_{2n}(VV_2) .$$

1^{er} cas : Considérons V limité à $V_{\max}$

En utilisant la relation

$$j_{\ell}(z) = \left(\frac{\pi}{2z}\right)^{1/2} j_{\ell+1/2}(z)$$

et en faisant le changement de variables

$$x = \frac{V}{V_{\max}}, \quad y = V_2 V_{\max} \quad \text{et} \quad \nu = 2n + \frac{1}{2}$$

nous nous ramenons au calcul de l'intégrale

$$\int_0^1 x^{1/2} J_{\nu}(xy) dx$$

dont la valeur, donnée par Gradshteyn et Ryzhik (⁸⁰, p. 681), fait intervenir des fonctions de Lommel et dont l'insertion dans d'autres intégrales rendrait les calculs ultérieurs très compliqués.

2^{ème} cas : $V_{\max} \rightarrow \infty$

Nous utilisons le résultat donné par Gradshteyn (p. 684)

$$\int_0^{\infty} x^{\mu} J_{\nu}(ax) dx = 2^{\mu} a^{-\mu-1} \frac{\Gamma(1/2 + \nu/2 + \mu/2)}{\Gamma(1/2 + \nu/2 - \mu/2)}$$

avec $a > 0$ et $-R_e \nu - 1 < R_e \mu < 1/2$.

En posant $\mu = 1/2 - \varepsilon$ et en faisant $\varepsilon \rightarrow 0$, nous avons une limite finie

$$\int_0^{\infty} x^{1/2} J_{2n+1/2}(ax) dx = \frac{\sqrt{2}}{a^{3/2}} \frac{n!}{\Gamma(n+1/2)}$$

avec

$$\Gamma(n + 1/2) = \frac{(2n)!}{2^{2n} n!} \sqrt{\pi} .$$

Nous aboutissons ainsi à

$$I = \frac{1}{V_2^2} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha(n) Y_{2n,0}^* (\theta_{V_2}, \phi_{V_2})$$

en posant

$$\alpha(n) = 4\pi \sqrt{\pi(4n+1)}$$

Intégration pour la diffusion triple

Pour calculer l'amplitude de diffusion triple, nous avons à évaluer des intégrales telles que

$$I' = \int d(2)_{\vec{q}_2} e^{i(\sqrt{\frac{3}{2}} \vec{\rho}_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{\rho}_2) \cdot \vec{q}_2} = \frac{1}{V_2^2} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha(n) Y_{2n,0}^* (\theta_{V_2}, \phi_{V_2})$$

avec

$$\vec{V}_2 = \sqrt{\frac{3}{2}} \vec{\rho}_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{\rho}_2 = \vec{r}_{32}.$$

Pour éviter des variables angulaires dans l'expression de V_2 , nous considérons que la contribution de la diffusion triple est suffisamment faible pour écrire l'approximation

$$\vec{r}_{32}^2 \approx \frac{1}{3} [(\vec{r}_{ij})^2] = \rho_1^2 + \rho_2^2 = V_2^2.$$

Par ailleurs

$$Y_{2n,0}^* (\theta_{V_2}, \phi_{V_2}) = \sqrt{\frac{4n+1}{4\pi}} P_{2n} (\cos \theta_{V_2})$$

Or, nous avons

$$V_2 \cos \theta_{V_2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \rho_1 \cos \theta_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \rho_2 \cos \theta_2$$

soit

$$\cos \theta_{V_2} = a \cos \theta_1 + b \cos \theta_2$$

ou

$$\hat{V}_2 = a \hat{u}_1 + b \hat{u}_2$$

avec

$$a \approx \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\rho_1}{\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2}}, \quad b \approx -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\rho_2}{\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2}}$$

et $\hat{V}_2, \hat{u}_1, \hat{u}_2$ vecteurs unitaires portés respectivement par $\vec{V}_2, \vec{\rho}_1$ et $\vec{\rho}_2$.

Nous utilisons maintenant la décomposition de l'harmonique sphérique solide dont le vecteur argument est une combinaison linéaire de deux vecteurs

$$Y_{\ell,m}(\vec{s}\vec{r}_1 + t\vec{r}_2) = \sum_{\lambda=0}^{\ell} \sum_{m_{\lambda}=-\lambda}^{\lambda} B_{\lambda\ell} \langle \lambda, m_{\lambda}, \ell-\lambda, m-m_{\lambda} | \ell, m \rangle Y_{\lambda, m_{\lambda}}(\vec{s}\vec{r}_1) Y_{\ell-\lambda, m-m_{\lambda}}(t\vec{r}_2)$$

(El Baz, , p. 252)

avec

$$B_{\lambda\ell} = \left[\frac{4\pi (2\ell+1)!}{(2\lambda+1)! (2\ell+1-2\lambda)!} \right]^{1/2}$$

Dans notre cas, nous avons

$$Y_{2n,0}(\hat{V}_2) = Y_{2n,0}(\theta_{V_2}, \phi_{V_2}) = \sum_{\lambda=0}^{2n} \sum_{m_{\lambda}=-\lambda}^{\lambda} B_{\lambda,2n} \langle \lambda, m_{\lambda}, 2n-\lambda, -m_{\lambda} | 2n, 0 \rangle$$

$$b^{2n-\lambda} a^{\lambda} Y_{\lambda, m_{\lambda}}(\theta_1, \phi_1) Y_{2n-\lambda, -m_{\lambda}}(\theta_2, \phi_2)$$

ce qui nous conduit à l'expression de I'

$$I' = \frac{1}{\rho_1^2 + \rho_2^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\lambda=0}^{2n} \sum_{m_{\lambda}=-\lambda}^{\lambda} \alpha(n) \beta(2n, \lambda, m_{\lambda}) a^{\lambda} b^{2n-\lambda} Y_{\lambda, m_{\lambda}}^*(\Omega_1) Y_{2n-\lambda, -m_{\lambda}}^*(\Omega_2)$$

en posant

$$\beta(2n, \lambda, m_{\lambda}) = B_{\lambda,2n} \langle \lambda, m_{\lambda}, 2n-\lambda, -m_{\lambda} | 2n, 0 \rangle$$

Les résultats obtenus pour I et I' permettent ainsi d'arriver à l'expression de I_3 donnée dans le texte.

APPENDICE G

Calcul des intégrales sur les variables radiales

Calcul de RADJ

Gradshteyn et Ryzhik donnent le résultat suivant (⁸⁰ p. 317)

$$\int_0^{\infty} x^{\nu-1} e^{-\mu x} dx = \frac{1}{\mu^{\nu}} \Gamma(\nu)$$

avec

$$\operatorname{Re} \mu > 0 \quad \operatorname{Re} \nu > 0 .$$

Nous passons à nos notations par un changement de variables élémentaires et nous définissons

$$\int_0^{\infty} x^u e^{-vx^2} dx = \boxed{\operatorname{RADJ}(u, v) = \frac{1}{2^v (u+1)/2} \Gamma\left(\frac{u+1}{2}\right)}$$

Calcul de RADK

Gradshteyn donne le résultat suivant (p. 716)

$$\int_0^{\infty} x^{\mu} e^{-\alpha x^2} J_{\nu}(\beta x) dx = \frac{\beta^{\nu} \Gamma\left(\frac{1}{2}\nu + \frac{1}{2}\mu + \frac{1}{2}\right)}{2^{\nu+1} \alpha^{(\mu+\nu+1)/2} \Gamma(\nu+1)} {}_1F_1\left(\frac{\nu+\mu+1}{2}; \nu+1; -\frac{\beta^2}{4\alpha}\right)$$

avec $\operatorname{Re} \alpha > 0$ $\operatorname{Re} (\mu+\nu) > -1$.

En sachant que

$$j_{\ell}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2-z}} J_{\ell+1/2}(z)$$

un changement de variables trivial nous permet de définir

$$\int_0^{\infty} dx x^u e^{-vx^2} j_w(yx) = \boxed{\operatorname{RADK}(u, v|w, y) = \frac{\sqrt{\pi} y^w \Gamma\left(\frac{u+w+1}{2}\right)}{2^{w+2} v^{(u+w+1)/2} \Gamma\left(w+\frac{3}{2}\right)} \cdot {}_1F_1\left(\frac{u+w+1}{2}; w+\frac{3}{2}; -\frac{y^2}{4v}\right)}$$

APPENDICE H

Calcul des intégrales sur les variables angulaires

Nous notons $\text{SPHn}(L,M)$ l'intégrale sur l'angle solide Ω du produit de n harmoniques sphériques de mêmes arguments ; L et M sont les suites des indices $\ell_1 \dots \ell_n$ et $m_1 \dots m_n$ des harmoniques sphériques ; soit

$$\text{SPHn}(L,M) = \text{SPHn}(\ell_1 \dots \ell_n, m_1 \dots m_n) = \int Y_{\ell_1 m_1}(\Omega) \dots Y_{\ell_n m_n}(\Omega) d\Omega$$

Les premières fonctions sont élémentaires

$$\text{SPH0} = 4\pi$$

$$\text{SPH1} = \begin{cases} 0 & \text{si } \ell \neq 0 \\ \sqrt{4\pi} & \text{si } \ell = 0 \end{cases}$$

$$\text{SPH2}(\ell_1 \ell_2, m_1 m_2) = (-1)^{m_1} \delta_{\ell_1, \ell_2} \delta_{m_1, -m_2}$$

Les fonctions d'indices plus élevés s'expriment à l'aide des symboles 3-j de Wigner.

L'intégration des trois harmoniques sphériques nous est donnée par Edmonds (79, p. 29)

$$\text{SPH3}(\ell_1 \ell_2 \ell_3, m_1 m_2 m_3) = \frac{\hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}_3}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix}$$

avec la notation courante $\hat{\ell} = \sqrt{2\ell + 1}$.

Pour passer aux indices supérieurs, nous utilisons le développement (Edmonds, p. 30)

$$Y_{\ell_1 m_1}(\Omega) Y_{\ell_2 m_2}(\Omega) = \sum_{\ell, m} (-1)^m \frac{\hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} Y_{\ell, -m}(\Omega)$$

et nous avons aussitôt

$$\text{SPH}_n(\ell_1 \dots \ell_n, m_1 \dots m_n) = \sum_{\ell, m} \frac{\hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \ell}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} \text{SPH}_{n-1}(\ell \ell_3 \dots \ell_n, -m m_3 \dots m_n).$$

APPENDICE I

Expressions des intégrales d'espace pour la diffusion simple
et la diffusion double et faisant intervenir l'état D (cf. Tableau 12)

$$I_{12}(\lambda', \lambda) = \frac{(4\pi)^2}{3\sqrt{2}} D_0 C_m(\lambda) \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{M=-L}^L i^L Y_{L,M}(\theta_{q_4}, \phi_{q_4}) \sum_{k'=1}^8 \sum_{j=1}^3 \sum_{\ell=1}^3 A(\lambda', k') B(\lambda, j, \ell) (-1)^M$$

$$\times \text{RADK} [M(k') + R(j, \ell) + 2, 2d_0 + C(\lambda', k') | L, q_4]$$

$$\times \text{RADJ} [N(k') + S(j, \ell) + 2, 2d_0 + C(\lambda', k')]$$

$$\times \text{ANG12}(\ell)$$

avec

$$\text{ANG12}(1) = \text{ANG} [Q(j, 1) + P(k'), 2, 0 | L, 2 ; -M, m(\lambda) | -]$$

$$\text{ANG12}(2) = \text{ANG} [Q(j, 2) + P(k'), 1, 1 | L ; -M | 2, m(\lambda)]$$

$$\text{ANG12}(3) = \sum_{m_1, m_2} (1, m_1, 1, m_2 | 1, 1, 2, m(\lambda)) \text{ANG} [Q(j, 3) + P(k'), 2, 1 | L, 1 ; -M, m_1 | 1, m_2]$$

$$I_{22}(\lambda', \lambda) = \frac{32\pi^3}{3\sqrt{2}} D_0 C_m(\lambda) \sum_n \sum_{\ell_1, M_1} \sum_{\ell_2, M_2} (-1)^{M_1+M_2} \alpha(n) i^{\ell_1+\ell_2} Y_{\ell_1 M_1}(\theta_{q_5}, \phi_{q_5}) Y_{\ell_2 M_2}(\theta_{q_6}, \phi_{q_6})$$

$$\sum_{k'=1}^8 \sum_{j=1}^3 \sum_{\ell=1}^3 A(\lambda', k') \cdot B(\lambda, j, \ell)$$

$$\times \text{RADK} [M(k') + R(j, \ell) + 2, 2d_0 + C(\lambda', k') | \ell_1, q_5]$$

$$\times \text{RADK} [N(k') + S(j, \ell), 2d_0 + C(\lambda', k') | \ell_2, q_6]$$

$$\times \text{ANG22}(\ell)$$

avec

$$\text{ANG22}(1) = \text{ANG} [Q(j, 1) + P(k'), 2, 2 | \ell_1, 2 ; -M_1, m(\lambda) | \ell_2, 2n ; -M_2, 0]$$

$$\text{ANG22}(2) = \text{ANG} [Q(j, 2) + P(k'), 1, 3 | \ell_1 ; -M_1 | \ell_2, 2n, 2 ; -M_2, 0, m(\lambda)]$$

$$\text{ANG22}(3) = \sum_{m_1, m_2} (1, m_1, 1, m_2 | 1, 1, 2, m(\lambda)) \text{ANG} [Q(j, 3) + P(k'), 2, 3 | \ell_1, 1 ; -M_1, m_1 | \ell_2, 2n, 1 ; -M_2, 0]$$

$$\begin{aligned}
I_{13}(\lambda', \lambda) &= \frac{(4\pi)^2}{3\sqrt{2}} D_0 C_m(\lambda') \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{M=-L}^L i^L Y_{L,M}(\theta_{q_4}, \phi_{q_4}) \sum_{k'=1}^8 \sum_{j=1}^3 \sum_{\ell=1}^3 A(\lambda, k') B(\lambda', j, \ell) (-1)^M \\
&\times \text{RADK} [M(k') + R(j, \ell) + 2, 2d_0 + C(\lambda, k') \mid L, q_4] \\
&\times \text{RADJ} [N(k') + S(j, \ell) + 2, 2d_0 + C(\lambda, k')] \\
&\times \text{ANG13}(\ell)
\end{aligned}$$

avec

$$\text{ANG13}(1) = (-1)^{m(\lambda')} \text{ANG} [Q(j, 1) + P(k'), 2, 0 \mid L, 2; -M, -m(\lambda') \mid -]$$

$$\text{ANG12}(2) = (-1)^{m(\lambda')} \text{ANG} [Q(j, 2) + P(k'), 1, 1 \mid L; -M \mid 2, -m(\lambda')]$$

$$\text{ANG12}(3) = \sum_{m_1, m_1} (-1)^{m_1 + m_2} (1, m_1, 1, m_2 \mid 1, 1, 2, m(\lambda')) \text{ANG} [Q(j, 3) + P(k'), 2, 1 \mid L, 1; -M, -m_1 \mid 1; -m_2]$$

$$\begin{aligned}
I_{23}(\lambda', \lambda) &= \frac{32\pi^3}{3\sqrt{2}} D_0 C_m(\lambda') \sum_n \sum_{\ell_1, M_1} \sum_{\ell_2, M_2} (-1)^{M_1 + M_2} \alpha(n) i^{\ell_1 + \ell_2} Y_{\ell_1 M_1}(\theta_{q_5}, \phi_{q_5}) Y_{\ell_2 M_2}(\theta_{q_6}, \phi_{q_6}) \\
&\sum_{k'=1}^8 \sum_{j=1}^3 \sum_{\ell=1}^3 A(\lambda, k') B(\lambda', j, \ell) \\
&\times \text{RADK} [M(k') + R(j, \ell) + 2, 2d_0 + C(\lambda, k') \mid \ell_1, q_5] \\
&\times \text{RADK} [N(k') + S(j, \ell), 2d_0 + C(\lambda, k') \mid \ell_2, q_6] \\
&\times \text{ANG23}(\ell)
\end{aligned}$$

avec

$$\text{ANG23}(1) = (-1)^{m(\lambda')} \text{ANG} [Q(j, 1) + P(k'), 2, 2 \mid \ell_1, 2; -M_1, -m(\lambda') \mid \ell_2, 2n; -M_2, 0]$$

$$\text{ANG23}(2) = (-1)^{m(\lambda')} \text{ANG} [Q(j, 2) + P(k'), 1, 3 \mid \ell_1; -M_1 \mid \ell_2, 2n, 2; -M_2, 0, -m(\lambda')]$$

$$\text{ANG23}(3) = \sum_{m_1, m_2} (-1)^{m_1 + m_2} (1, m_1, 1, m_2 \mid 1, 1, 2, m(\lambda')) \text{ANG} [Q(j, 3) + P(k'), 2, 3 \mid \ell_1, 1; -m_1 \mid \ell_2, 2n, 1; -M_2, 0, -m_2]$$

$$\begin{aligned}
I_{14}(\lambda', \lambda) &= \frac{32\pi^3}{3} D_0^2 C_m(\lambda) C_m(\lambda') \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{M=-L}^L i^L (-1)^M Y_{L,M}(\theta_{q_4}, \phi_{q_4}) \sum_{j, j', \ell, \ell'=1}^3 B(\lambda, j, \ell) B(\lambda', j', \ell') \\
&\times \text{RADK} [R(j, \ell) + R(j', \ell') + 2, 4d_0 \mid L, q_4] \\
&\times \text{RADJ} [S(j, \ell) + S(j', \ell') + 2, 4d_0] \\
&\times \text{ANG14}(\ell', \ell)
\end{aligned}$$

avec

$$\text{ANG14}(1,1) = (-1)^{m(\lambda')} \text{ANG} [Q(j,1) + Q(j',1), 3, 0 \mid L, 2, 2; -M, m(\lambda), -m(\lambda') \mid -]$$

$$\text{ANG14}(1,2) = (-1)^{m(\lambda')} \text{ANG} [Q(j,2) + Q(j',1), 2, 1 \mid L, 2; -M, -m(\lambda') \mid 2; m(\lambda)]$$

$$\text{ANG14}(1,3) = \sum_{m_1, m_2} (-1)^{m(\lambda')} (1, m_1, 1, m_2 \mid 1, 1, 2, m(\lambda)) \text{ANG} [Q(j,3) + Q(j',1), 3, 1 \mid L, 1, 2; -M, m_1, -m(\lambda') \mid 1; m_2]$$

$$\text{ANG14}(2,1) = (-1)^{m(\lambda')} \text{ANG} [Q(j,1) + Q(j',2), 2, 1 \mid L, 2; -M, m(\lambda) \mid 2, -m(\lambda')]$$

$$\text{ANG14}(2,2) = (-1)^{m(\lambda')} \text{ANG} [Q(j,2) + Q(j',2), 1, 2 \mid L; -M, 2, 2; m(\lambda), -m(\lambda')]$$

$$\text{ANG14}(2,3) = \sum_{m_1, m_2} (-1)^{m(\lambda')} (1, m_1, 1, m_2 \mid 1, 1, 2, m(\lambda)) \text{ANG} [Q(j,3) + Q(j',2), 2, 2 \mid L, 1; -M, m_1 \mid 1, 2; m_2, -m(\lambda')]$$

$$\text{ANG14}(3,1) = \sum_{m'_1, m'_2} (-1)^{m'_1 + m'_2} (1, m'_1, 1, m'_2 \mid 1, 1, 2, m(\lambda')) \text{ANG} [Q(j,1) + Q(j',3), 3, 1 \mid L, 1, 2; -M, -m'_1, m(\lambda) \mid 1, -m'_2]$$

$$\text{ANG14}(3,2) = \sum_{m'_1, m'_2} (-1)^{m'_1 + m'_2} (1, m'_1, 1, m'_2 \mid 1, 1, 2, m(\lambda')) \text{ANG} [Q(j,2) + Q(j',3), 2, 2 \mid L, 1; -M, -m'_1 \mid 1, 2; -m'_2, m(\lambda)]$$

$$\text{ANG14}(3,3) = \sum_{m'_1, m'_2, m_1, m_2} (-1)^{m'_1 + m'_2} (1, m'_1, 1, m'_2 \mid 1, 1, 2, m(\lambda')) \cdot (1, m_1, 1, m_2 \mid 1, 1, 2, m(\lambda)) \times \text{ANG} [Q(j,3) + Q(j',3), 3, 2 \mid L, 1, 1; -M, m_1, -m'_1 \mid 1, 1; m_2, -m'_2]$$

$$I_{24}(\lambda', \lambda) = \frac{64\pi^4}{3} D_0^2 C_m(\lambda) C_m(\lambda') \sum_n \sum_{\ell_1, M_1} \sum_{\ell_2, M_2} \alpha(n) i^{\ell_1 + \ell_2} Y_{\ell_1, M_1}(\theta_{q_5}, \phi_{q_5}) Y_{\ell_2, M_2}(\theta_{q_6}, \phi_{q_6}) (-1)^{M_1} \\ \sum_{j, \ell, j', \ell'=1}^3 B(\lambda, j, \ell) B(\lambda', j', \ell') \\ \times \text{RADK} [R(j, \ell) + R(j', \ell') + 2, 4 \mid d_0 \mid \ell_1, q_5] \\ \times \text{RADK} [S(j, \ell) + S(j', \ell'), 4 \mid d_0 \mid \ell_2, q_6] \\ \times (-1)^{m(\lambda')} \text{ANG24}(\ell', \ell)$$

avec

$$\text{ANG24}(1,1) = \text{ANG} [Q(j,1) + Q(j',1), 3, 2 \mid \ell_1, 2, 2; -M_1, m(\lambda), -m(\lambda') \mid \ell_2, 2n; -M_2, 0]$$

$$\text{ANG24}(1,2) = \text{ANG} [Q(j,2) + Q(j',1), 2, 3 \mid \ell_1, 2; -M_1, -m(\lambda') \mid \ell_2, 2n, 2; -M_2, 0, m(\lambda)]$$

$$\text{ANG24}(1,3) = \sum_{m_1, m_2} (1, m_1, 1, m_2 \mid 1, 1, 2, m(\lambda)) \text{ANG} [Q(j,3) + Q(j',1), 3, 3 \mid \ell_1, 1, 2; -M_1, m_1, -m(\lambda') \mid \ell_2, 2n, 1; -M_2, 0, m_2]$$

$$\text{ANG24}(2,1) = \text{ANG} [Q(j,1) + Q(j',2), 2, 3 \mid \ell_1, 2; -M_1, m(\lambda) \mid \ell_2, 2n, 2; -M_2, 0, -m(\lambda')]$$

$$\text{ANG24}(2,2) = \text{ANG}[Q(j,2)+Q(j',2),1,4] \ell_1; -M_1 | \ell_2, 2n, 2, 2; -M_2, 0, m(\lambda), -m(\lambda') |$$

$$\text{ANG24}(2,3) = \sum_{m_1, m_2} (1, m_1, 1, m_2 | 1, 1, 2, m(\lambda)) \text{ANG}[Q(j,3)+Q(j',2), 2, 4 | \ell_1, 1; -M_1, m_1 | \ell_2, 2n, 1, 2; -M_2, 0, m_2, -m(\lambda')]]$$

$$\text{ANG24}(3,1) = \sum_{m'_1, m'_2} (1, m'_1, 1, m'_2 | 1, 1, 2, m(\lambda')) \text{ANG}[Q(j,1)+Q(j',3), 3, 3 | \ell_1, 1, 2; -M_1, -m'_1, m(\lambda) | \ell_2, 2n, 1; -M_2, 0, -m'_2]]$$

$$\text{ANG24}(3,2) = \sum_{m'_1, m'_2} (1, m'_1, 1, m'_2 | 1, 1, 2, m(\lambda')) \text{ANG}[Q(j,2)+Q(j',3), 2, 4 | \ell_1, 1; -M_1, -m'_1 | \ell_2, 2n, 1, 2; -M_2, 0, -m'_2, m(\lambda)]]$$

$$\begin{aligned} \text{ANG24}(3,3) = & \sum_{m'_1, m'_2, m_1, m_2} (1, m_1, 1, m_2 | 1, 1, 2, m(\lambda)) (1, m'_1, 1, m'_2 | 1, 1, 2, m(\lambda')) \\ & \times \text{ANG}[Q(j,3)+Q(j',3), 3, 4 | \ell_1, 1, 1; -M_1, m_1, -m'_1 | \ell_2, 2n, 1, 1; -M_2, 0, m_2, -m'_2]] \end{aligned}$$

BIBLIOGRAPHIE

- (1) M. BROSSARD, A. CORDAILLAT, J. COMBE, J. FAÏN, J. GARDES, L. MERITET, M. QUERROU, D. RISS et P. SIFFERT, Proposition d'expérience sur l'étude comparée des sections efficaces différentielles $p\text{-}^3\text{He}$ et $p\text{-}^3\text{H}$ à 600 MeV à l'aide de détecteurs semiconducteurs, CERN/PH III-69/21
- (2) H. PALEVSKY, J.L. FRIEDES, R.J. SUTTER, G.W. BENNETT, G.J. IGO, W.D. SIMPSON, G.C. PHILLIPS, D.M. CORLEY, N.S. WALL, R.L. STEARNS et B. GOTTSCHALK, Phys. Rev. Lett., 18, 26, 1200 (1967)
- (3) J. COMBE, J. GARDES, M. QUERROU, N. DOBLE et E. DAHL-JENSEN, Nuvo. Cim., 3A, 4, 663 (1971)
- (4) H. COLLARD, R. HOFSTADTER, E.B. HUGHES, A. JOHANSSON, M.R. YEARIAN, R.B. DAY et R.T. WAGNER, Phys. Rev., 138, 1B, B57 (1965)
- (5) J.S. Mc CARTHY, I. SICK, R.R. WHITNEY et M.R. YEARIAN, Phys. Rev. Lett., 25, 13, 884 (1970)
- (6) M.H. Mc GREGOR, R.A. ARNDT et R.M. WRIGHT, Phys. Rev., 169, 5, 1149 (1968)
- (7) M.H. Mc GREGOR, R.A. ARNDT et R.M. WRIGHT, Phys. Rev., 173, 5, 1272 (1968)
- (8) S.I. BILEN'KAYA, L.N. GLONTI, Yu. M. KAZARINOV et V.S. KISELERS, JETP, 32, 4, 569 (1971)
- (9) R.J. GLAUBER, dans : "Lectures in Theoretical Physics", ed. W.E. BRITTIN et al., 1, 315 (1959) (Interscience Publishers, Inc., New York)
- (10) V. FRANCO, Thèse, Université de Harward (1963)
- (11) E. COLEMAN, R.M. HEINZ, O.E. OVERSETH et D.E. PELLET, Phys. Rev. Lett., 16, 17, 761 (1966)

- (12) V. FRANCO et E. COLEMAN, Phys. Rev. Lett., 17, 15, 827 (1966)
- (13) W. CZYZ et L. LESNIAK, Phys. Lett., 24B, 227 (1967)
- (14) R.H. BASSEL et C. WILKIN, Phys. Rev. Lett., 18, 20, 871 (1967)
- (15) V. FRANCO et R.J. GLAUBER, Phys. Rev. Lett., 22, 8, 370 (1969)
- (16) B. JARGEAIX, Thèse de 3e Cycle, Université de Clermont-Fd (1972)
- (17) M. QUERROU, Thèse, Université de Clermont-Fd (1970)
- (18) M. BROSSARD, J. COMBE, J. FAÏN, J. GARDES, L. MERITET, M. QUERROU, D. RISS, B. CHAMBON, D. DRAIN, N. MADJAR et C. PASTOR, Nucl. Inst. Meth., 93, 529 (1971)
- (19) T. EKELOF, CERN 76-23 (1976)
- (20) H. SALLE, Mesures, 99 (1971)
- (21) F.S. GOULDING, D.A. LANDIS, J. CERNY et R.H. PEHL, IEEE Trans. Nucl. Sci., 388 (1964)
- (22) A. LEFORT, Thèse de 3e Cycle, Université de Clermont-Fd (1972)
- (23) L. MERITET, Thèse de 3e Cycle, Université de Clermont-Fd (1968)
- (24) J. RENAUD, Thèse de 3e Cycle, Université de Lyon (1968)
- (25) P. SIFFERT, Thèse, Université de Strasbourg (1966)
- (26) K. GOEBEL et H. SCHULTS, CERN 60-3 (1960)
- (27) E.T. BOSCHITZ, W.K. ROBERTS, J.S. VINCENT, K. GOTOW, P.C. GUGELOT, C.F. PERDRISSAT et L.W. SWENSON, Phys. Rev. Lett., 20, 20, 1116 (1968)
- (28) M. BLECHER, K. GOTOW, E.T. BOSCHITZ, W.K. ROBERTS, J.S. VINCENT, P.C. GUGELOT et C.F. PERDRISSAT, Phys. Rev. Lett., 24, 20, 1126 (1970)
- (29) J.P. AUGER, J. GILLEPSIE et R.J. LOMBARD, Nucl. Phys., A262, 372 (1976)
- (30) J. COMBE, J. FAÏN, J. GARDES, L. MERITET, M. QUERROU, D. RISS, B. CHAMBON, D. DRAIN, N. MADJAR, P. SIFFERT, Proposition d'expérience sur l'étude de sous-structure du ${}^6\text{Li}$ par diffusion cohérente de protons de 600 MeV à l'aide de détecteurs à semiconducteur, CERN/PH III, 70/18 (1970)
- (31) J.F. PAUTY, Diplôme d'Etudes Approfondies, Université de Clermont-Fd (1972)
- (32) J. FORMANEK et J.S. TREFIL, Nucl. Phys., B3, 155 (1967)

- (33) J. COMBE, J. GARDES, L. MERITET, M. QUERROU, F. VAZEILLE, A. FRIDMAN, J.P. GERBER, J. MALKO et C. VOLTOLINI, Proposition d'expérience sur l'étude de diffusion cohérente $p\text{-}^4\text{He}$ à 24 GeV par une méthode de recul utilisant des détecteurs à semiconducteur, CERN/PH III, 71/40 (1971)
- (34) J. BERTHOT, G. DOUHET, J. GARDES, L. MERITET, M. QUERROU, A. TETEFORT, F. VAZEILLE, J.P. BURQ, M. CHEMARIN, M. CHEVALLIER, B. ILLE, M. LAMBERT, J.P. MARTIN, J.P. GERBER et C. VOLTOLINI, Contr. à 6th Int. Conf. on High Energy Physics and Nuclear Structure, Santa Fé, New Mexico (1975)
- (35) B. BADELEK, J. BERTHOT, J.P. BURQ, M. CHEMARIN, M. CHEVALLIER, S. DAHLGREN, T. EKELOF, G. FÄLDT, J. GARDES, P. GRAFSTRÖM, E. HAGBERG, B. ILLE, Z. KULKA, S. KULLANDER, M. LAMBERT, J.P. MARTIN, L. MERITET, N. NASSALSKI, M. QUERROU, F. VAZEILLE, Proposition d'expérience pour "A search for N^* resonances in helium", CERN/EEC-74/41 (1974)
- (36) J. BERTHOT, J.P. BURQ, M. CHEMARIN, M. CHEVALLIER, T. EKELOF, J. GARDES, P. GRAFSTRÖM, E. HAGBERG, B. ILLE, A.B. KASHIRK, G.A. KOROLEV, A.V. KULIKOV, S. KULLANDER, M. LAMBERT, J.P. MARTIN, L. MERITET, M. QUERROU, V.A. SHEGELSKIJ, F. VAZEILLE et A. VOROBIEV, Proposition d'expérience sur "High precision study of elastic scattering in the coulomb interference region", CERN/SPSC/74-94/826 (1974)
- (37) J. FAÏN, J. GARDES, A. LEFORT, L. MERITET, J.F. PAUTY, G. PEYNET, M. QUERROU, F. VAZEILLE et B. ILLE, Nucl. Phys., A262, 413 (1976)
- (38) J. COMBE, J. FAÏN, J. GARDES, L. MERITET, M. QUERROU, D. RISS, B. CHAMBON, D. DRAIN, N. MADJAR et P. SIFFERT, Proposition d'expérience sur l'étude de l'interférence coulombien-nucléaire $p\text{-}d$ à 600 MeV à l'aide d'une méthode de détection par le recul, CERN/PH III-70/34 (1970)
- (39) A. SOMMERFELD, Optics, Lectures on Theoretical Physics, New York, Academic Press INC, Publishers
- (40) V. FRANCO et R.J. GLAUBER, Phys. Rev., 142, 4, 1195 (1966)
- (41) S. GARTENHAUS et C. SCHWARTZ, Phys. Rev., 108, 482 (1957)
- (42) O. BENARY, L.R.R. PRICE et G. ALEXANDER, UCRL-20000 NN (1970)
- (43) P. SCHWALLER, B. FAVIER, D.F. MEASDAY, M. PEPIN, P.U. RENBERG et C. SERRE, CERN 72-13 (1972)

- (44) R.E. MISHKE, T.J. DEVLIN, W. JOHNSON, J. NOREM, K. VOSBURGH et W. SCHIMMERLING, Phys. Rev. Letters, 25, 1724 (1970)
- (45) T. LESINSKI, R. LEVI SETTI, B. SCHWARZSCHILD et P. UKLEJA, Nucl. Phys., B37, 1 (1972)
- (46) A.A. VOROBYOV et al., Phys. Lett., 41B, 639 (1972)
- (47) P. SÖDING, Phys. Lett., 8, 285 (1964)
- (48) A.A. CARTER et D.V. BUGG, Phys. Lett., 20, 203 (1966)
- (49) L.M.C. DUTTON, R.J.W. HOWELLS, J.D. JAFAR et H.B. VAN DER RAAY, Phys. Lett., 25B, 245 (1967)
L.M.C. DUTTON, et H.B. VAN DER RAAY, Phys. Lett., 26B, 679 (1968)
- (50) T.T. CHOU, Phys. Rev., 168, 5, 1594 (1968)
- (51) Y.C. TANG et R.C. HERNDON, Phys. Lett., 25B, 307 (1967)
- (52) R.F. FROSCHE, J.S. Mc CARTHY, R.E. RAND et M.R. YEARIAN, Phys. Rev., 160, 4, 874 (1967)
- (53) L.I. SCHIFF, Phys. Rev., 133, 3B, 802 (1964)
- (54) T.K. LIM, Phys. Rev. C, 3, 1, 408 (1971)
- (55) P. NARBONI, Thèse, Université Paris-Sud (1972)
- (56) L.M. DELVES et A.C. PHILLIPS, Rev. of Mod. Phys., 41, 3, 497 (1969)
- (57) G. DERRICK et J.M. BLATT, Nucl. Phys., 8, 310 (1958)
- (58) D.H. BELL et L.M. DELVES, Nuc. Phys., A146, 497 (1970)
- (59) M.A. HENNEL et L.M. DELVES, Nucl. Phys., A204, 552 (1973)
- (60) V.F. DEMIN, Yu. E. POKROVSKY et V.D. EFROS, Phys. Lett., 44B, 3, 227 (1973)
- (61) D. RISS, Thèse de 3e cycle, Université de Clermont (1971)
- (62) A.R. EDMONDS, CERN 55-26 (1955)
- (63) L.M. DELVES et M.A. HENNEL, Nucl. Phys., A168, 347 (1971)
- (64) V.K. SAMARANAYAKE et G. WILK, Lett. Nuovo Cim., 4, 1 (1972)
- (65) L. WOLFENSTEIN et J. ASHKIN, Phys. Rev., 85, 6, 947 (1952)
- (66) M.H. Mc GREGOR, M.J. MORAVCSIK et H.P. STAPP, Ann. Rev. Nucl. Sci., 10, 291 (1960)

- (67) H.P. STAPP, T.J. YPSILANTIS et N. METROPOLIS, Phys. Rev., 105, 1, 302 (1957)
- (68) H. BAIER et V.K. SAMARANAYAKE, Nucl. Phys., B15, 67 (1970)
- (69) G. ALBERI, L. BERTOCCHI et M.A. GREGORIO, Il Nuov. Cim., 10A, 1, 37 (1972)
- (70) M. BLESZYNSKI et T. JAROSZEWICZ, Phys. Lett., 56B, 5, 427 (1975)
- (71) M. BLESZYNSKI, Communication privée
- (72) R.J. GLAUBER et G. MATTNIAE, Nucl. Phys., B21, 135 (1970)
- (73) H. LESNIAK et L. LESNIAK, Nucl. Phys., B38, 221 (1972)
- (74) V. FRANCO et G.K. VARMA, Phys. Rev. C12, 1, 225 (1975)
- (75) B. ILLE, Communication privée
- (76) Th. KAHAN, Théorie des groupes en physique classique et quantique, Dunod
- (77) M. HAMERMESH, Group theory, Addison Wesley
- (78) J. PRORIOL, Rapport Interne LYCEN 6708
- (79) A.R. EDMONDS, CERN 55-26 (1955)
- (80) I.S. GRADSTHEYN et RYSHIK, Tables of Integrales Series and Products, Academic Press, New York (1965)

